Borsa, Lascialfari   Principi di Fisica

Giancoli   Fisica con fisica moderna

Fisica classica (= pre-quantistica)

Determinismo

principio di indeterminazione

Cinematica il moto punto materiale

t, x, y, z $\cdot (x, y, z) = \vec{r}$

$(x(t), y(t), z(t))$

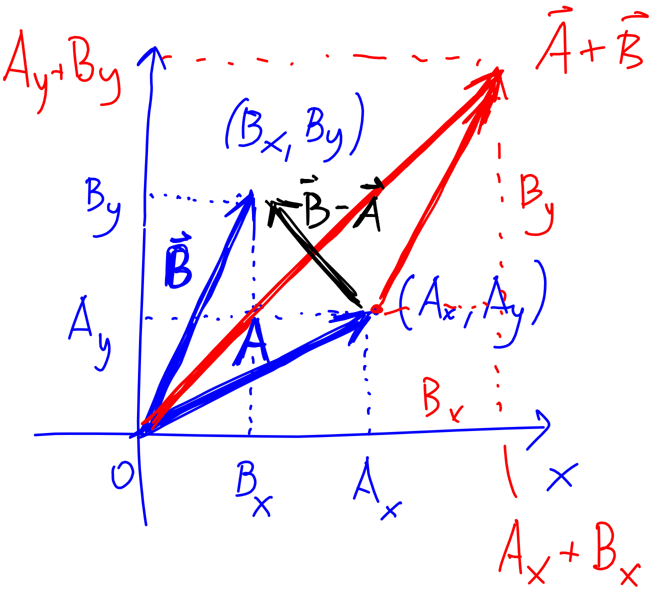
$\vec{r} = (x, y, z)$ vettore posizione

$\vec{r} = \vec{r}(t)$

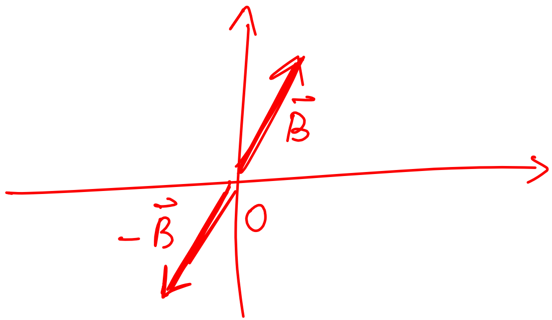
$\vec{A} = (A_x, A_y, A_z)$ $\vec{B} = (B_x, B_y, B_z)$

$\vec{A} + \vec{B} = (A_x + B_x, A_y + B_y, A_z + B_z)$

caso bidimensionale



$$\vec{A}-\vec{B}=\vec{A}+(-\vec{B})$$



Matrici

$$A=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}=(a_{ij})$$

matrice trasposta $= A^t = (a_{ji}) = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{21} \\ a_{12} & a_{22} \end{pmatrix}$

trasposta di un vettore:

$V = (V_x, V_y, V_z) = \vec{V}$

$W = (W_x, W_y, W_z) = \vec{W}$

$$V^t = \begin{pmatrix} V_x \\ V_y \\ V_z \end{pmatrix}$$

$$W V^t = (W_x, W_y, W_z) \begin{pmatrix} V_x \\ V_y \\ V_z \end{pmatrix} =$$

$$= W_x V_x + W_y V_y + W_z V_z = \vec{W} \cdot \vec{V}$$

prodotto scalare dei vettori $\vec{W}$ e $\vec{V}$

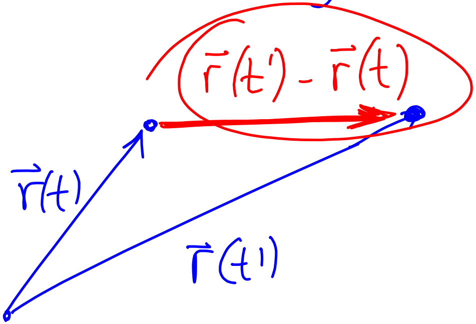
$\vec{r} = (x, y, z)$

$$\vec{r} \cdot \vec{r} = x^2 + y^2 + z^2$$

$\sqrt{\vec{r} \cdot \vec{r}} = |\vec{r}|$ modulo del vettore

$$\vec{r}(t) = (x(t), y(t), z(t))$$

$$\vec{r}(t') = (x(t'), y(t'), z(t'))$$



$$\vec{r}(t') - \vec{r}(t) = (x(t') - x(t), y(t') - y(t), z(t') - z(t))$$

$$\text{velocità (media)} = \frac{\text{distanza percorsa}}{\text{tempo impiegato a percorrerla}}$$

considero $$\frac{\vec{r}(t') - \vec{r}(t)}{t' - t}$$

velocità (istantanea) $= \lim_{t' \to t} \dfrac{\vec{r}(t') - \vec{r}(t)}{t' - t} = \dfrac{d\vec{r}(t)}{dt} = \vec{v}(t)$

accelerazione (istantanea) $\vec{a}(t) = \dfrac{d\vec{v}(t)}{dt} = \dfrac{d^2\vec{r}(t)}{dt^2} =$

$$= \left(\frac{dv_x(t)}{dt}, \frac{dv_y(t)}{dt}, \frac{dv_z(t)}{dt} \right) =$$

$$= \left(\frac{d^2x(t)}{dt^2}, \frac{d^2y(t)}{dt^2}, \frac{d^2z(t)}{dt^2} \right)$$

Unità di misura

sistema internazionale SI

	MKS	CGS
Grandezze fondamentali: lunghezza	m	cm
massa	kg	g
tempo	s	s

Tutte le altre grandezze (velocità, forza, accelerazione, ...) sono derivate da queste

	MKS	CGS
velocità:	$\frac{m}{s}$	$\frac{cm}{s}$
accelerazione:	$\frac{m}{s^2}$	$\frac{cm}{s^2}$

la massa è una misura della resistenza al moto

massa $\neq$ peso

Tipi principali di moto:

1) $\vec{v}(t) \equiv 0$ ← identicamente ($= \forall t$)

$$\vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}(t)}{dt} = 0$$

$\Rightarrow \vec{r}(t) = \text{costante} =$

$= \vec{r}_0 =$ posizione iniziale

2) $\vec{v}(t) = \underline{\text{costante}} \equiv \vec{v} =$ velocità iniziale

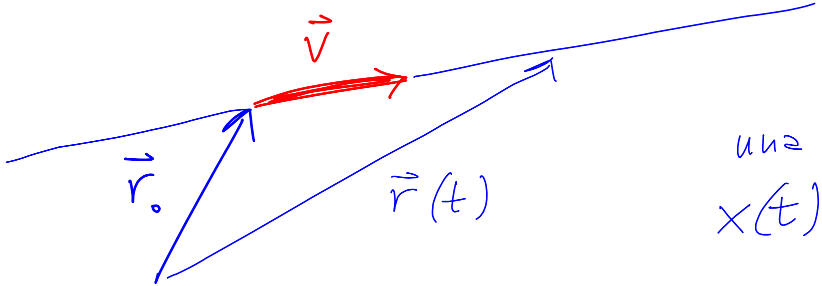
$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}(t)}{dt} \Rightarrow \underbrace{v_x = \frac{dx(t)}{dt}} \quad \underbrace{v_y = \frac{dy(t)}{dt}} \quad \underbrace{v_z = \frac{dz(t)}{dt}}$$

$$x(t) = v_x t + C_x \qquad y(t) = v_y t + C_y \qquad z(t) = v_z t + C_z$$

$$\vec{r}(t) = \vec{v}\, t + \vec{C} \qquad \vec{C} = (C_x, C_y, C_z)$$

Posso scrivere anche $\vec{r}(t) = t\,\vec{v} + \vec{r}_0$

$\downarrow$ posizione iniziale $\vec{r}(0)$



una dimensione

$$x(t) = v_x t + x_0$$

moto rettilineo uniforme

(il moto di un corpo che non è soggetto a nessuna forza)

3) $\vec{a}$ = costante = (a_x, a_y, a_z) caduta dei gravi

(moto uniformemente accelerato)

$$a_x = \text{costante} = \frac{dV_x(t)}{dt}$$

$$\underline{V_x(t)} = a_x t + \cancel{C} = a_x t + V_x(0)$$

$$a_y = \text{costante} = \frac{d\,V_y(t)}{dt} \qquad V_y(t) = a_y t + V_y(0)$$

$$\vec{v}(t) = \vec{a}\,t + \vec{V}_0$$

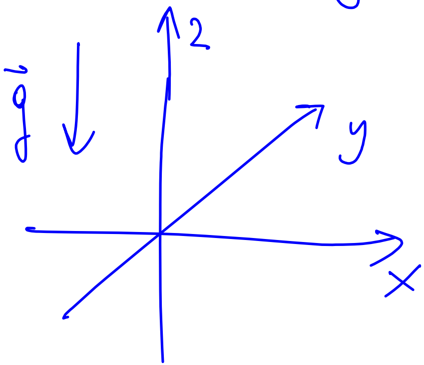
$$V_x(t) = a_x t + V_x(0) = \frac{dx(t)}{dt}$$

$$x(t) = a_x \frac{t^2}{2} + V_x(0)\,t + x(0)$$

$$\vec{r}(t) = \frac{t^2}{2}\vec{a} + \underline{t\,\vec{v}_0} + \underline{\vec{r}_0}$$

Caduta dei gravi

$$\vec{a} = (0, 0, -g)$$



$g \simeq 10 \frac{m}{s^2}$ circa

$9.81 \frac{m}{s^2}$

$$x(t) = t\,V_x(0) + x(0) \qquad y(t) = t\,V_y(0) + y(0)$$

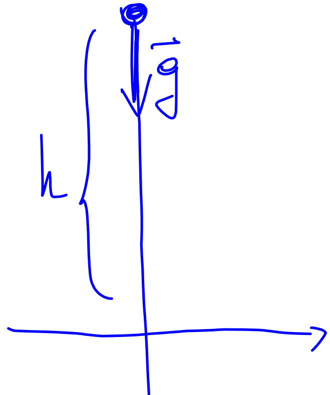
$$z(t) = -\frac{g}{2}t^2 + V_z(0)\,t + z(0)$$

Corpo che cade da fermo da un'altezza h

$\vec{V}_0 = \vec{V}(0) = 0 \qquad \vec{r}_0 = \vec{r}(0) = (0, 0, h)$

$x(t) = \cancel{t V_x(0)} + \cancel{x(0)} \qquad y(t) = \cancel{t V_y(0)} + \cancel{y(0)}$

$z(t) = -\frac{g}{2} t^2 + \cancel{V_z(0)\, t} + \underbrace{z(0)}_{h}$



$x(t) = 0 \quad \forall t \qquad y(t) = 0 \quad \forall t$

$z(t) = -\frac{g}{2} t^2 + h$

Quando arriva a terra? $z(t) = 0 = -\frac{g}{2} t^2 + h$

$\frac{g}{2} t^2 = h \qquad t^2 = \frac{2h}{g} \qquad t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$

$h = 20m \qquad t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 20 \cancel{m}}{10 \cdot \frac{\cancel{m}}{s^2}}} =$

$= \sqrt{4}\sqrt{s^2} = 2\ s$

$\vec{v}(t) = \vec{a}\,t + \cancel{\vec{v}_0} = (0, 0, -g)\,t$

$v_z(t) = -g\,t$

velocità con cui mi schianto

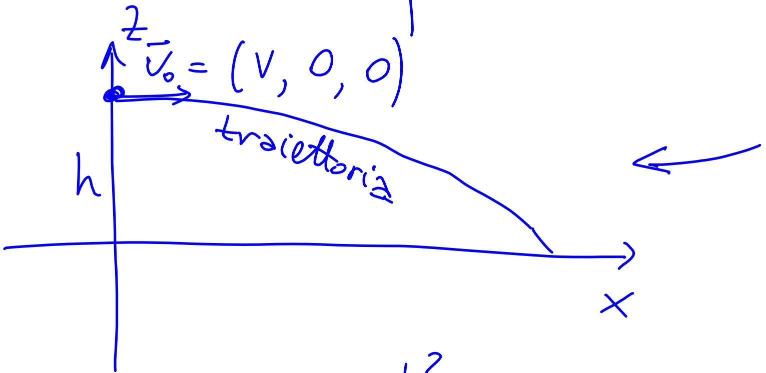
$v_z \text{ finale} = -g\sqrt{\frac{2h}{g}} = -\sqrt{2hg} =$

$= -\sqrt{2 \cdot 20\,m \cdot \frac{10\,m}{s^2}} = -20\ \frac{m}{s}$

$20\ \frac{m}{s}$ è alta o bassa ?

$$60\ \frac{km}{ora} = \frac{\cancel{60}\cdot \cancel{1000}^{\,50}\ m}{\cancel{60}\cdot \cancel{60}_{\,3}\ s} = 17\ \frac{m}{s}$$

Moto di un proiettile



$$\vec{v}_0 = (v, 0, 0)$$

$$\vec{a} = (0, 0, -g)$$

$$\vec{r}_0 = (0, 0, h)$$

$$\vec{r}(t) = \frac{t^2}{2}\vec{a} + t\,\vec{v}_0 + \vec{r}_0$$

$$\vec{r}(t) = \frac{t^2}{2}(0,0,-g) + t(v,0,0) + (0,0,h) =$$

$$= \left(tv,\ 0,\ -\frac{g}{2}t^2 + h \right)$$

$$x(t) = tv \qquad z(t) = -\frac{g}{2}t^2 + h$$

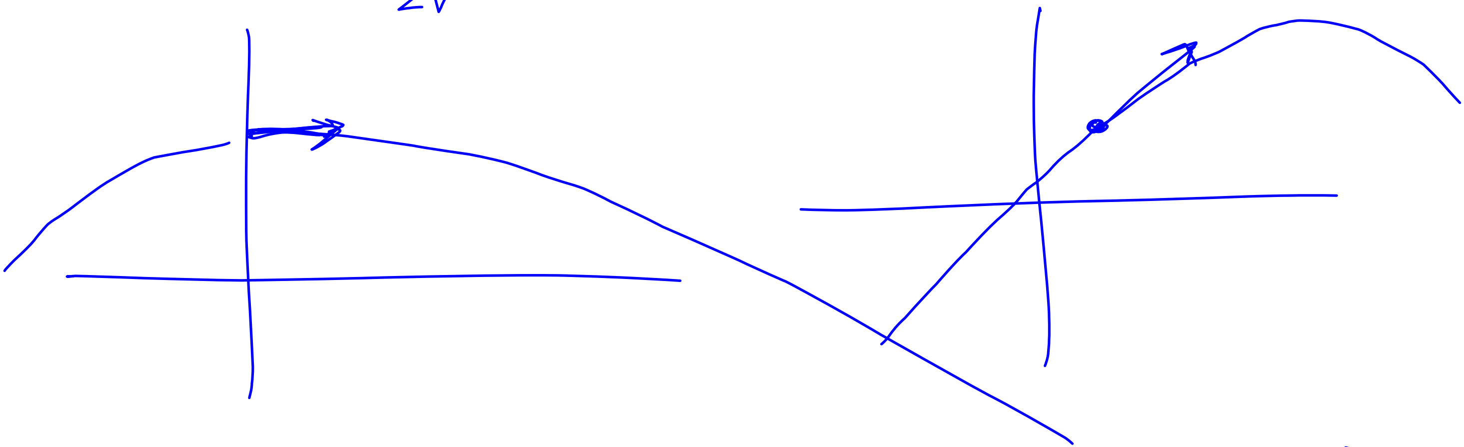
$$y(t) = 0$$

$z = f(x)$ è la traiettoria

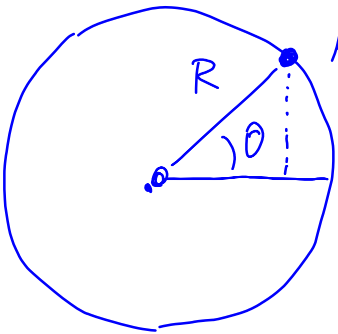
$$x(t) = tv \qquad t = \frac{x}{v} = t(x)$$

$$z = f(x) = z(t(x)) = -\frac{g}{2}\frac{x^2}{v^2} + h$$

$$z = -\frac{g}{2v^2}x^2 + h$$ è una parabola



Moto circolare (in due dimensioni spaziali)



$$R(\cos\theta(t), \operatorname{sen}\theta(t)) = \vec{r}(t) = (x(t), y(t))$$

$\theta(t)$

$$\frac{d\theta(t)}{dt} = \text{velocità angolare}$$

Moto circolare uniforme: $\frac{d\theta(t)}{dt} = \omega$ costante nel tempo

$$\theta(t) = \omega t + \theta_0$$

$$\vec{r}(t) = R\left(\cos(\underbrace{\omega t + \theta_0}),\ \operatorname{sen}(\omega t + \theta_0)\right)$$

$$\vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}(t)}{dt} = R\left(-\operatorname{sen}(\omega t + \theta_0)\,\omega,\ \cos(\omega t + \theta_0)\cdot\omega\right) =$$

$$= -R\omega\left(\operatorname{sen}(\omega t + \theta_0),\ -\cos(\omega t + \theta_0)\right)$$

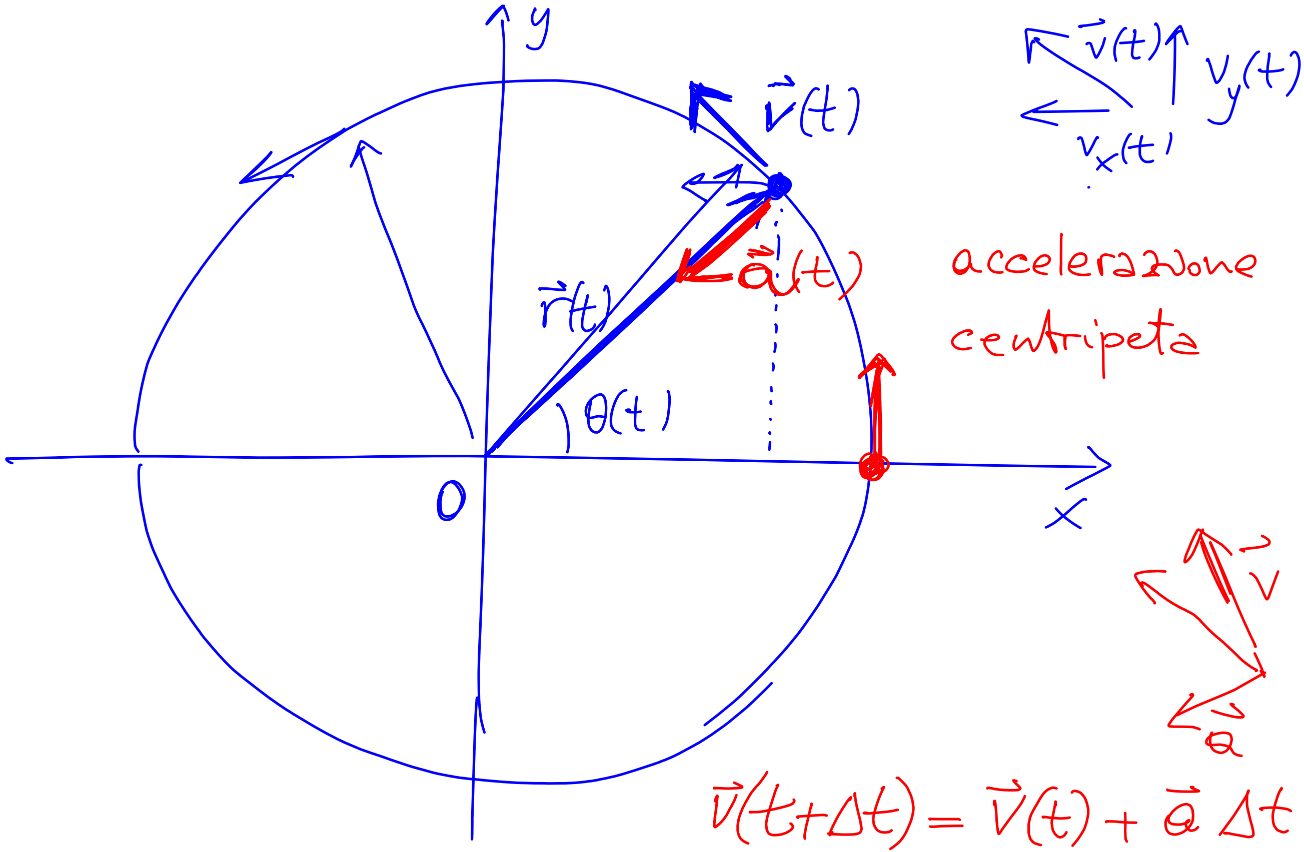
$$\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}(t)}{dt} = -R\omega\left(\cos(\omega t + \theta_0)\,\omega,\ \operatorname{sen}(\omega t + \theta_0)\,\omega\right) =$$

$$= -R\omega^2\left(\cos(\omega t + \theta_0),\ \operatorname{sen}(\omega t + \theta_0)\right) = -\omega^2\,\vec{r}(t)$$

$$\vec{a}(t) = \boxed{-\omega^2 \vec{r}(t) = \frac{d^2 \vec{r}(t)}{dt^2}}$$

$$V_x(t) = -R\omega \,\mathrm{sen}(\omega t + \theta_0)$$

$$v_y(t) = R\omega \cos(\omega t + \theta_0)$$



$$\vec{v}(t+\Delta t) = \vec{v}(t) + \vec{a}\,\Delta t$$

$$|\vec{r}(t)| = \sqrt{x^2(t) + y^2(t)} =$$

$$= \sqrt{R^2 \cos^2(\omega t + \theta_0) + R^2 \sin^2(\omega t + \theta_0)} =$$

$$= \sqrt{R^2 \left(\cos^2(\omega t + \theta_0) + \sin^2(\omega t + \theta_0)\right)} = R$$

$$|\vec{v}(t)| = \underline{R\omega = v}$$

non è un moto uniforme ($\vec{v} \neq$ costante)

$$|\vec{a}(t)| = \omega^2 R = a$$

non è un moto uniformemente accelerato ($\vec{a} \neq$ costante)

$$\omega = \frac{v}{R}$$

$$a = \omega^2 R = \frac{v^2}{R^2} R = \frac{v^2}{R}$$

Dinamica : il moto e le sue cause

<u>Forze</u>

$$m\vec{a} = \vec{F}$$

$\vec{a}$ = accelerazione ← cinematica

m = massa ("misura della resistenza al moto")

$\vec{F}$ = forza "causa del moto"

Caduta dei gravi : $\vec{F} = m\underline{\vec{g}}$ forza peso

$$\cancel{m}\vec{a} = \cancel{m}\vec{g} \qquad \vec{a} = \vec{g}$$

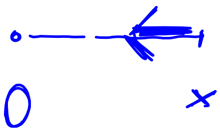
moto naturalmente accelerato

Moto circolare uniforme :

$$m\vec{a} = \boxed{-\omega^2 \vec{r}(t)\, m = \vec{F}}$$

$$\vec{F} = -m\omega^2 \vec{r}$$

Moto unidimensionale: $F_x = -m\omega^2 x$



molla

forza elastica

Moto armonico (o oscillatore armonico)

$\vec{F} = m\vec{a}$:

$$F_x = -m\omega^2 x = m\frac{d^2x(t)}{dt^2} = m\ddot{x}$$

$a = \ddot{x} = \dot{v}$

$v = \dot{x}$

$$\ddot{x} = -\omega^2 x$$

La soluzione più generale è

$$x(t) = \underline{A}\cos(\omega t) + \underline{B}\,\text{sen}(\omega t)$$

combinazione lineare di sen e cos

$$\dot{x}(t) = v(t) = -A\omega\,\text{sen}(\omega t) + B\omega\cos(\omega t)$$

$$\ddot{x}(t) = a(t) = -A\omega^2\cos(\omega t) - B\omega^2\,\text{sen}(\omega t) =$$

$$= -\omega^2 x(t)$$

Si può anche scrivere

ampiezza fase

$$x(t) = A'\cos(\omega t + B') =$$

$$= A''\,\text{sen}(\omega t + B'')$$

$$\text{sen}(\alpha+\beta) = \text{sen}\,\alpha\cos\beta + \cos\alpha\,\text{sen}\,\beta$$

$$A''\,\text{sen}(\omega t + B'') = \underbrace{A''\,\text{sen}(\omega t)\cos(B'')}_{=B} + \underbrace{A''\cos(\omega t)\,\text{sen}(B'')}_{=A}$$

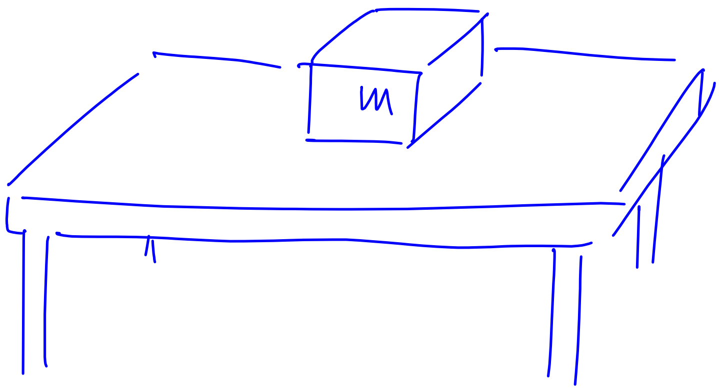
Leggi della dinamica

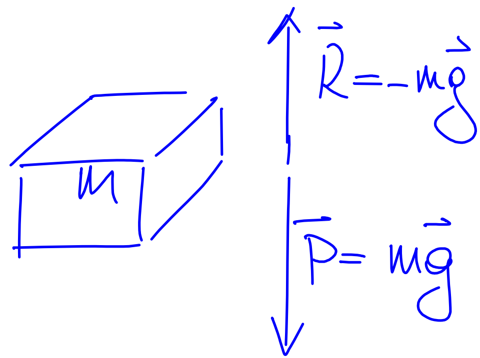
Primo principio (relatività galileiana): un corpo persevera in quiete o in moto rettilineo uniforme finchè non agiscono su di esso forze esterne

Secondo principio: $\sum_i \vec{F}_i = m\vec{a}$ $\quad \vec{a} = \frac{1}{m}\sum_i \vec{F}_i$

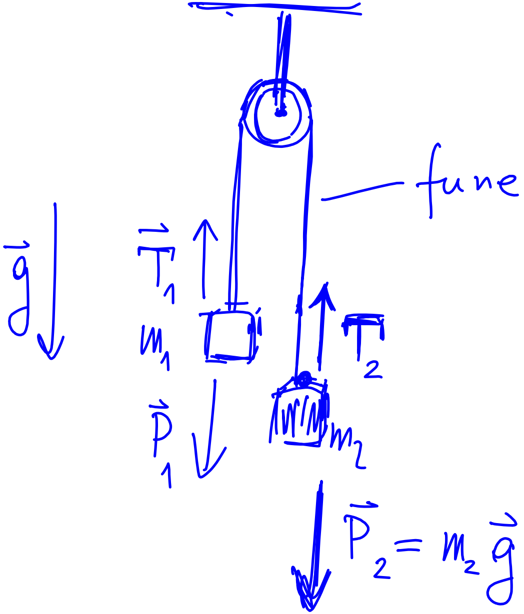
l'accelerazione $\bar{a}$ subita da un corpo è proporzionale alla forza totale che agisce su di esso e inversamente proporzionale alla massa

Terzo principio (azione e reazione): se un corpo A esercita una forza $\vec{F}$ su B, B esercita la forza opposta $-\vec{F}$ su A.

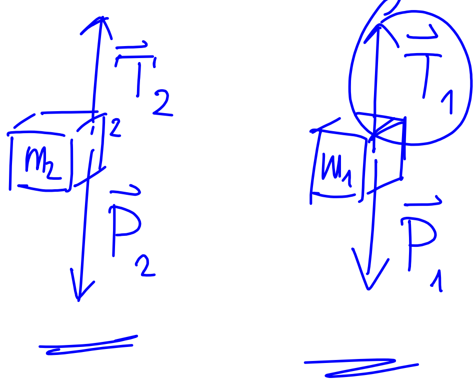




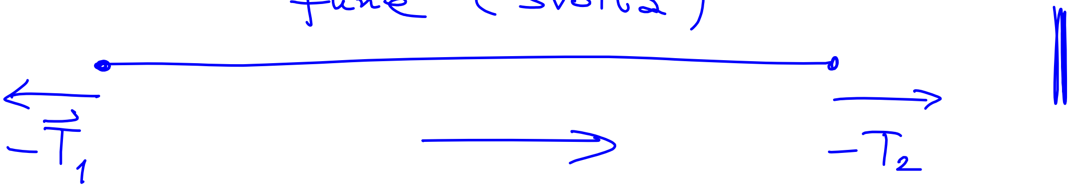
Esempi: macchina di Atwood



fune leggerissima e inestensibile
(= massa trascurabile)



fune (svolta)



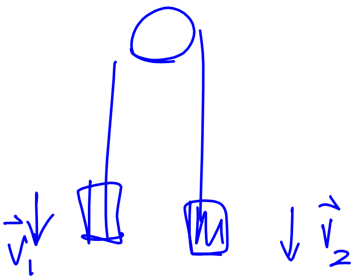
2° principio applicato alla fune:

$$0 = \cancel{m_{fune}\, \vec{a}_{fune}} = \sum_i \vec{F}_i = \vec{T}_1 - \vec{T}_2$$

$$\vec{T}_1 = \vec{T}_2$$

2° principio per 1 e 2:

$$\begin{cases} m_1 \vec{a}_1 = \vec{P}_1 - \vec{T}_1 = m_1 \vec{g} - \vec{T}_1 \\ m_2 \vec{a}_2 = \vec{P}_2 - \vec{T}_2 = m_2 \vec{g} - \vec{T}_1 \end{cases}$$



$\vec{v}_1 + \vec{v}_2 = 0$ derivando: $\vec{a}_1 + \vec{a}_2 = 0$

$$\vec{a}_2 = -\vec{a}_1$$

$$m_1 \vec{a}_1 = m_1 \vec{g} - \vec{T}_1$$

$$-m_2 \vec{a}_1 = m_2 \vec{g} - \vec{T}_1$$

sottraggo:

$$m_1 \vec{a}_1 + m_2 \vec{a}_1 = m_1 \vec{g} - m_2 \vec{g}$$

$$(m_1+m_2)\,\vec{a}_1 = (m_1 - m_2)\,\vec{g} \qquad \vec{a}_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1+m_2}\,\vec{g}$$

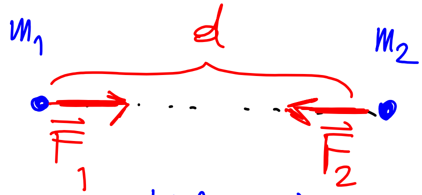
$m_1 > m_2 \Rightarrow \vec{a}_1$ ha lo stesso verso di $\vec{g}$

$$\vec{T}_1 = m_1(\vec{g} - \vec{a}_1) = m_1 \vec{g} - m_1 \frac{m_1 - m_2}{m_1+m_2}\vec{g} =$$

$$= m_1 \frac{m_1 + m_2 - (m_1 - m_2)}{m_1+m_2}\,\vec{g} = \frac{2 m_1 m_2}{m_1+m_2}\,\vec{g}$$

$$m_1 = m_2 \Rightarrow \vec{a}_1 = \vec{a}_2 = 0$$

Forza di gravità

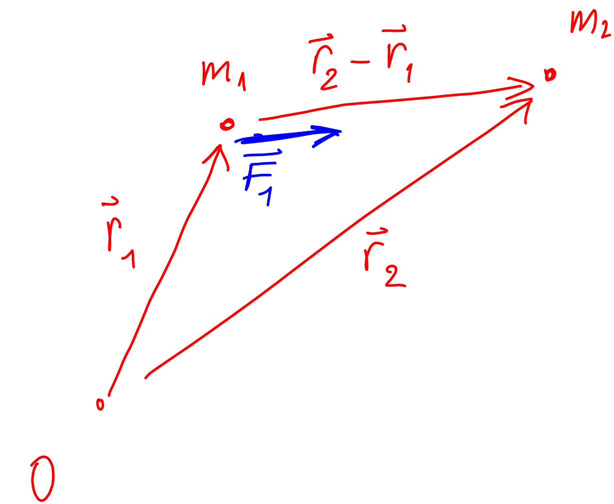


Due corpi puntiformi di masse m_1 e m_2 sentono una forza di attrazione proporzionale alle masse, inversamente proporzionale al quadrato della distanza e diretta lungo la congiungente

$$|F_1| = G\frac{m_1 m_2}{d^2} = |F_2|$$

G = costante di Newton

Come vettore :



$$d = |\vec{r}_2 - \vec{r}_1|$$

$$\vec{F}_1 = G\, m_1 m_2 \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|^3}$$

$$\left| \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|^3} \right| = \frac{d}{d^3} = \frac{1}{d^2}$$

$$\vec{F}_2 = G\, m_1\, m_2 \frac{\vec{r}_1 - \vec{r}_2}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|^3}$$

$$G = 6.67 \cdot 10^{-11} \frac{N\, m^2}{Kg^2}$$

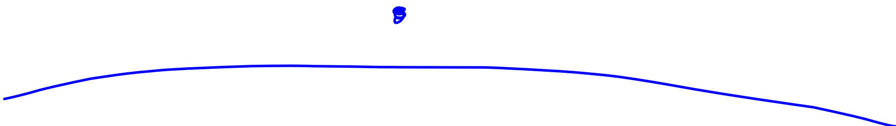
N = Newton = = unità di misura della forza nel sistema MKS

$\vec{F} = m\vec{a}$

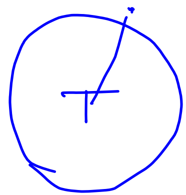
$N = Kg\,\dfrac{m}{s^2}$

$$G = 6.67\cdot 10^{-11}\,\frac{N\,m^2}{Kg^2} = 6.67\cdot 10^{-11}\,\frac{\cancel{Kg}\,m}{s^2}\,\frac{m^2}{Kg^{\cancel{2}}} = 6.67\cdot 10^{-11}\,\frac{m^3}{Kg\cdot s^2}$$

Raggio terrestre è $R_T = \underline{6300\ Km}$



Terra



$$\text{Peso} = \underbrace{\cancel{m}\, g}_{\text{Galileo}} = \underbrace{\frac{G\, \cancel{m}\, M_T}{R_T^2}}_{\text{Newton}} \qquad M_T = \frac{g R_T^2}{G}$$

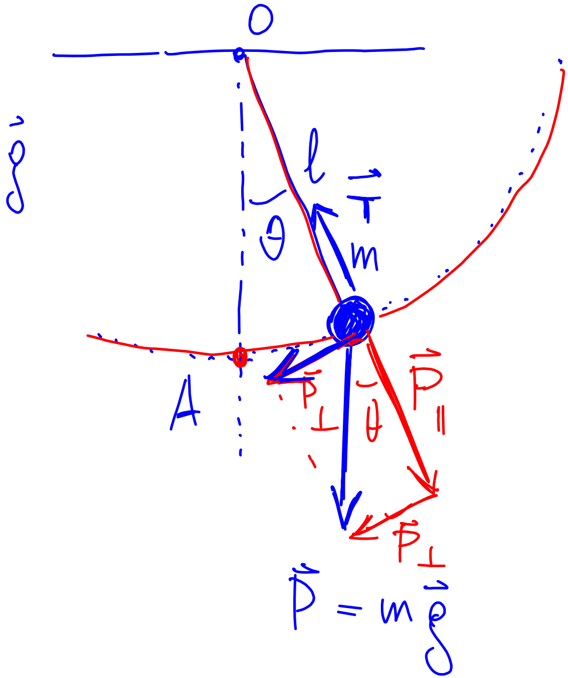
$$M_T = 10 \frac{\cancel{m}}{\cancel{s^2}} \frac{(6300)^2\, Km^2 \cdot Kg \cdot \cancel{s^2}}{6.67 \cdot 10^{-11}\, m^{\cancel{3}\,2}} =$$

$$6300 = 6{,}3 \cdot 10^3$$

$$= \frac{10 \cdot (6300)^2 \cdot (1000\, \cancel{m})^2}{6.67 \cdot 10^{-11}\, \cancel{m^2}}\, Kg =$$

$$= \frac{10^1 \cdot (6.3)^2}{6.67} \cdot 10^6 \cdot 10^6 \cdot 10^{11} \simeq 6 \cdot 10^{24}\, Kg$$

Pendolo semplice



filo inestensibile

spostamento dal punto di equilibrio A = lunghezza dell'arco $= l\theta$

$$\vec P = \vec P_\parallel + \vec P_\perp$$

$\vec P_\perp$ è compensata da una reazione vincolare T

$$|\vec P_\perp| = mg \operatorname{sen}\theta$$

$$\vec F = m\vec a$$

Spostamento $= l\,\theta(t)$

velocità $= l\dot\theta$ accelerazione $= l\ddot\theta$

$$-\cancel{m}g \operatorname{sen}\theta = \cancel{m}\, l\ddot\theta$$

$$\ddot{\theta} = -\frac{g}{l}\,\text{sen}\,\theta$$

$$\lim_{x \to 0} \frac{\text{sen}\,x}{x} = 1$$

$$\text{sen}\,x = x + o(x)$$

Per <u>piccole</u> oscillazioni, posso approssimare sen θ con θ :

$$\ddot{\theta}(t) = -\frac{g}{l}\,\theta(t)$$

ansatz

$$\theta(t) = A\,\text{sen}(\omega t + B)$$

$$\dot{\theta}(t) = A\omega\cos(\omega t + B)$$

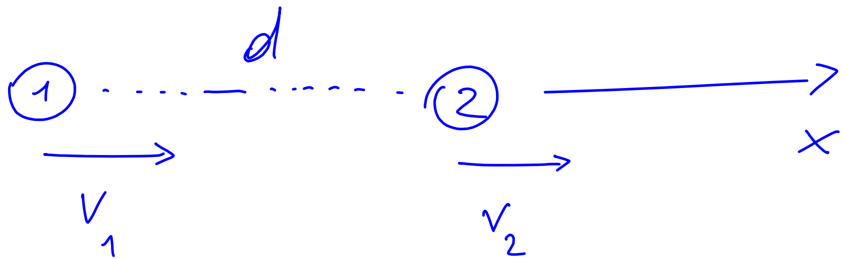
$$\ddot{\theta}(t) = -A\omega^2\,\text{sen}(\omega t + B)$$

$$= -\omega^2\,\theta(t)$$

$$\omega^2 = \frac{g}{l} \qquad \omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$$

ω = frequenza di oscillazione

Esercizio Auto 1 a $v_1 = 15 \frac{m}{s}$ segue a $d = 8m$ un'auto 2 che viaggia a $v_2 = 10 \frac{m}{s}$



1 decelera con $a_1 = -1 \frac{m}{s^2}$ $(a_2 = 0)$

Dopo quanto tempo avviene il tamponamento?

$x_1(t) \qquad x_2(t)$

a $\quad t=0 \qquad x_2(0) = x_1(0) + d$

$x_2(t)$: moto uniforme $\qquad \dot{x}_2 = v_2 = \text{costante}$

$$x_2(t) = v_2 t + x_2(0)$$

$x_1(t)$: moto uniformemente accelerato

$$\ddot{x}_1 = a_1 = \text{costante}$$

$$x_1(t) = a_1 \frac{t^2}{2} + v_1 t + x_1(0)$$

Impatto : $x_2(t) = x_1(t)$

$\tau = \dfrac{t}{s}$ = numero adimensionale

$$V_2 t + x_2(0) = \frac{a_1}{2} t^2 + V_1 t + x_1(0)$$

$$\parallel$$

$$V_2 t + \cancel{x_1(0)} + d = \frac{a_1}{2} t^2 + V_1 t + \cancel{x_1(0)}$$

$$10 \frac{\cancel{m}}{s} t + 8 \cancel{m} = -\frac{1}{2} \frac{\cancel{m}}{s^2} t^2 + 15 \frac{\cancel{m}}{s}$$

$\tau = 2$ $t = 2s$

$\tau = 8$ $t = 8s$

$$\frac{1}{2}\left(\frac{t}{s}\right)^2 - 5\left(\frac{t}{s}\right) + 8 = 0$$

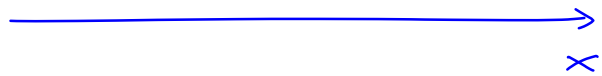
....

$$\frac{1}{2}\tau^2 - 5\tau + 8 = \frac{1}{2}(\tau - 2)(\tau - 8) = 0$$

Energia, impulso, lavoro e potenza

$\vec{F} = m\vec{a}$ in una dimensione

$x(t)$



$F = ma \qquad a = \frac{dv(t)}{dt} = \frac{d^2x(t)}{dt^2}$

Supponiamo che F sia una data funzione $F(x)$ di x

(Es.: molla $F(x) = -kx$

k = costante elastica

x = allungamento della molla risp. all'equilibrio)

$$F(x(t)) = ma = m\frac{d^2x}{dt^2} = m\frac{dV}{dt}$$

Moltiplico per V entrambi i membri

$$Fv = mav$$

Questa equazione si integra una volta

$$mav = mv\frac{dv}{dt} = \frac{m}{2}\frac{d}{dt}(v^2) = \frac{d}{dt}\left(\frac{mv^2}{2}\right)$$

$$\left[\begin{array}{l} \dfrac{d}{dx}\left(f(x)^2\right) = 2f(x)\dfrac{df}{dx} \\ f(x) \to v(t) \qquad x \to t \end{array}\right]$$

$$F v = m a v = \frac{d}{dt}\left(\frac{m}{2} v^2\right)$$

$$K = \frac{m v^2}{2} = \text{energia cinetica}$$

moltiplico l'equazione in dt e integro:

$$\int dt\,(F v) = \int dt \frac{d}{dt}\left(\frac{m v^2}{2}\right) = \frac{m v^2}{2} + C$$

= trovare la primitiva

$$\frac{mv^2}{2} + C = \int \cancel{dt}\, F(x(t)) \frac{dx}{\cancel{dt}} = \int F(x)\, dx =$$

$$= -\underline{U(x)} + C'$$

$U(x)$ si chiama energia potenziale

$$\frac{mv^2}{2} + U(x) = C' - C = E$$

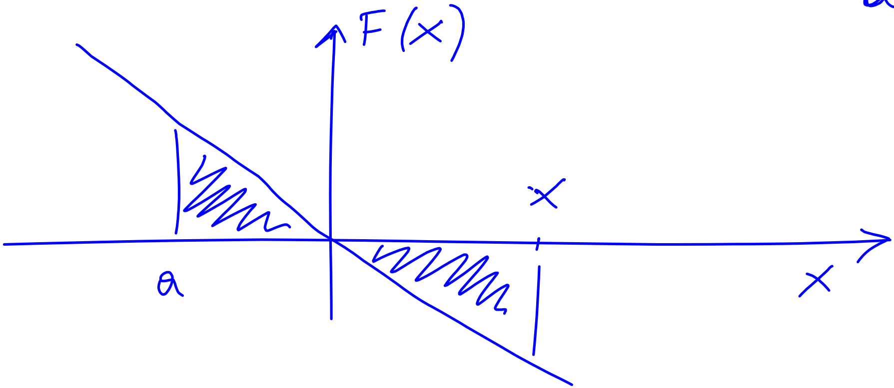
questa costante si chiama energia

$$v = \frac{dx}{dt}$$

$U(x) =$ primitiva di $-F(x)$

$$F(x) = -\frac{dU(x)}{dx}$$

$$U(x) = -\int F(x)\,dx = -\int_a^x F(x')\,dx'$$



$$F(x) = -kx$$

$$F(x) = -kx \qquad U(x) = \frac{k}{2}x^2$$

primitiva di kx

Forza costante $\qquad U(x) = -Fx$

F = costante $\qquad$ primitiva di $-F$

Campo gravitazionale uniforme :

$(x \to z)$ $\qquad ma = \text{peso} = -mg = \text{costante}$

$$F = -mg$$

energia potenziale $\quad U(z) = mgz$

Caduta verticale di un grave da fermo ad altezza iniziale h :

inizio : $\quad z_i = h \quad \dot{z}_i = 0 \qquad K = \dfrac{mv_i^2}{2} = \dfrac{m\dot{z}_i^2}{2} = 0$

$$U = mgz_i = mgh \qquad E = K + U = mgh$$

fine : $\quad z_f = 0 \quad \dot{z}_f = \,?\qquad E = mgh = \dfrac{mv_f^2}{2} + \cancel{mgz_f}$

$$\cancel{m} g h = \frac{\cancel{m} v_f^2}{2} \qquad v_f = \sqrt{2gh}$$

Controllo unità di misura

Analisi dimensionale

$$g = \frac{m}{s^2} \qquad h = m$$

$$g = \frac{m}{s^2} \qquad h = m$$

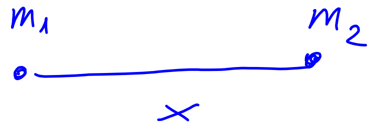
$$gh = \frac{m}{s^2} m = \frac{m^2}{s^2}$$

$$\sqrt{gh} = \frac{m}{s}$$

$\sqrt{gh}$ è una velocità

è l'unica velocità che posso costruire colle grandezze a disposizione

Campo gravitazionale



$$F_G = -G\frac{m_1 m_2}{x^2}$$

Energia potenziale: $U(x)$ = primitiva di $-F_G$

$$= -G\frac{m_1 m_2}{x}$$

$$\frac{dx^n}{dx} = n x^{n-1} = \frac{n}{x^2}$$

$n-1=-2$ $\qquad$ $n=-1$

$$\frac{d\left(\frac{1}{x}\right)}{dx} = -\frac{1}{x^2}$$

In tre dimensioni: $\qquad D=1 \quad F(x) = -\frac{dU(x)}{dx}$

$\vec{F}$ è un vettore $\qquad \vec{F} = \vec{F}(x, y, z)$

$\vec{r} = (x, y, z)$

$U = U(x, y, z)$ è uno scalare

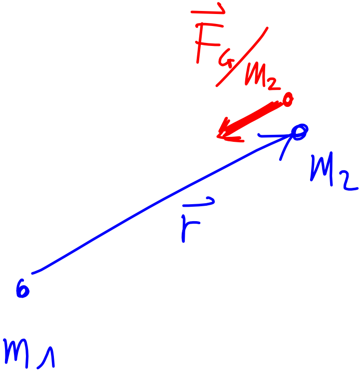
$$\vec{F} = \left(-\frac{\partial U}{\partial x}, -\frac{\partial U}{\partial y}, -\frac{\partial U}{\partial z}\right)$$

$\frac{\partial}{\partial x}$ = derivata parziale = derivata rispetto a x tenendo costanti y e z

$$U(r) = -G\frac{m_1 m_2}{r} = -G\frac{m_1 m_2}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}$$

$$\vec{F}_G = -G\frac{m_1 m_2}{r^3}\vec{r}$$

= forza su m_2 dovuta a m_1

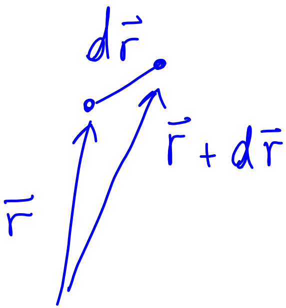


$$\frac{\vec{F}_G}{m_2} = -G\frac{m_1}{r^3}\vec{r} = \underline{\text{campo}} \text{ del corpo } m_1$$

Lavoro

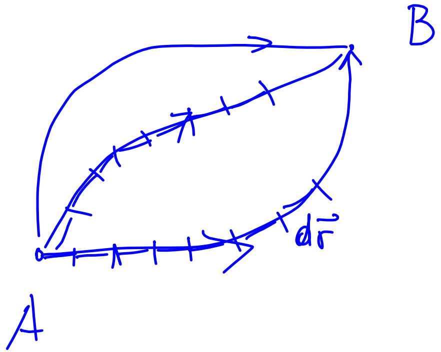
Una forza che sposta un corpo "fa lavoro"

"Lavoro = forza per spostamento"



il lavoro (infinitesimo) dL fatto dalla forza $\vec{F}$ per spostare un corpo di uno spostamento infinitesimo $d\vec{r}$

è $\quad dL = \vec{F}\cdot d\vec{r} = F_x\,dx + F_y\,dy + F_z\,dz$



il lavoro dipende dal percorso

$$L = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

integrale di linea

Ci sono casi particolari in cui L non dipende dal percorso. Sono quelli in cui esiste un' energia potenziale. In questo caso la forza si chiama conservativa

$D=1$ $\qquad F(x) = -\dfrac{dU(x)}{dx}$

$$L = \int_A^B F(x)\,dx = \int_{x_A}^{x_B} -\frac{dU(x)}{\cancel{dx}}\,\cancel{dx} =$$

$$= -U(x_B) - (-U(x_A)) = U(x_A) - U(x_B)$$

La potenza $W = \dfrac{dL}{dt}$ è il lavoro fatto nell' unità di tempo $\qquad dL = F(x)\,dx$

$$W = \frac{dL}{dt} = \frac{F(x)\,dx}{dt} = F \cdot \text{velocità} = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

Unità di misura MKS

F : N = Newton = ma = $Kg \dfrac{m}{s^2}$

L, E, K, U : $F \cdot$ spostamento = $N \cdot m$ = $Kg \dfrac{m^2}{s^2}$

= J = Joule

$W = \dfrac{\text{energia}}{\text{tempo}} = \dfrac{J}{s} = N \cdot \dfrac{m}{s} = Kg \dfrac{m^2}{s^3}$ = Watt

chilowattora = 1000 W · 3600 s = misura dell'energia

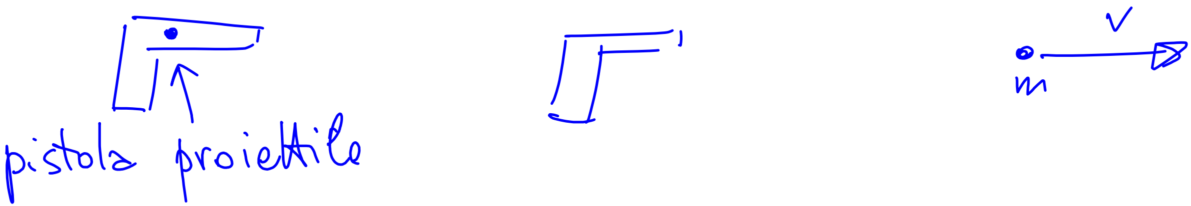
Impulso o "quantità di moto"

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

2° principio dinamica :

$$\vec{F} = m\vec{a} = m\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt}(m\vec{v}) = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

questa è la forma più generale del principio



In un sistema di molti corpi $m_1, m_2, \ldots$

$$\vec{F}_i = \frac{d}{dt}\vec{p}_i \qquad \vec{p}_i = m_i \vec{v}_i$$

$$\sum_i \vec{F}_i = \vec{F}_{tot} = \frac{d}{dt}\sum_i \vec{p}_i = \frac{d}{dt}\vec{P}$$

$$\vec{P} = \sum_i \vec{p}_i = \text{impulso totale}$$

Se $\vec{F}_{tot} = 0$ si conserva $\vec{P}$ $\left(\frac{d\vec{P}}{dt} = 0\right)$

Pistola con proiettile

M $\qquad$ m

$\vec{v}_i^{\,pist} = 0$ $\qquad$ $\vec{v}_i^{\,pro} = 0$

$$\vec{P}_i = M\vec{v}_i^{\,pistola} + m\vec{v}_i^{\,proi\ldots} = 0$$

Alla fine $\vec{P}_f = \vec{P}_i = 0 = M\vec{v}_f^{\,pist.} + m\vec{v}_f^{\,pro}$

$$\vec{v}_f^{\,pist} = -\frac{m}{M}\vec{v}_f^{\,proiettile}$$

Si dice sistema isolato quello in cui

$\vec{F}_{tot}$ e si conserva l'energia

URTI

$V_i = 0$

ferma

$\vec{P}_i = \vec{P}_f$ $\qquad E_i = E_f$ $\qquad$ Energia solo cinetica (per ipotesi)

$$\left.\begin{aligned} P_i &= m v_i + \cancel{M V_i} = m v_i = m v_f + M V_f \\ E_i &= \frac{m}{2} v_i^2 + \cancel{\frac{M}{2} V_i^2} = \frac{m}{2} v_i^2 = \frac{m}{2} v_f^2 + \frac{M}{2} V_f^2 \end{aligned}\right\}$$

due equazioni e due incognite

Dalla 1ª: $\qquad \dfrac{P_i - m v_f}{M} = V_f$

Nella 2ª: $\qquad E_i = \dfrac{m}{2} v_f^2 + \dfrac{\cancel{M}}{2} \dfrac{(P_i - m v_f)^2}{M^{\cancel{2}}} =$

$$= \frac{m}{2} v_f^2 + \frac{1}{2M} \left(P_i^2 + m^2 v_f^2 - 2 m v_f P_i \right)$$

$$0 = V_f^2\left(\frac{m}{2} + \frac{m^2}{2M}\right) - \frac{m}{M} P_i V_f + \frac{P_i^2}{2M} - E_i$$

Un po' lungo ...

Dalla 1ª : $\quad V_f = \dfrac{P_i - MV_f}{m}$

Nella 2ª : $\quad E_i = \dfrac{\cancel{m}}{2}\dfrac{(P_i - MV_f)^2}{m^{\cancel{2}}} + \dfrac{M}{2}V_f^2 =$

$$= \frac{1}{2m}\left(P_i^2 + M^2V_f^2 - 2P_iMV_f\right) + \frac{M}{2}V_f^2$$

$$0 = V_f^2\left(\frac{M^2}{2m} + \frac{M}{2}\right) - \frac{M}{m}P_i V_f + \frac{P_i^2}{2m} - E_i$$

$P_i = m v_i \qquad E_i = \frac{m}{2} v_i^2$

$$0 = V_f^2 \frac{M}{2}\left(1+\frac{M}{m}\right) - M v_i V_f + \cancel{\frac{m^2 v_i^2}{2m}} - \cancel{\frac{m}{2} v_i^2}$$

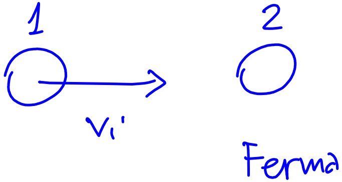
$$= V_f \left[V_f \frac{M}{2}\left(1+\frac{M}{m}\right) - M v_i \right]$$

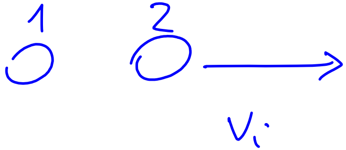
2 casi: $V_f = 0 \qquad V_f = V_i$ è la situazione iniziale

$$V_f = \frac{2 v_i}{1+\frac{M}{m}} \qquad v_f = \frac{m v_i - M V_f}{m} = v_i - \frac{M}{m} V_f =$$

$$= v_i - \frac{M}{m}\,\frac{2 v_i}{1+\frac{M}{m}} = v_i \,\frac{m - M}{m + M}$$

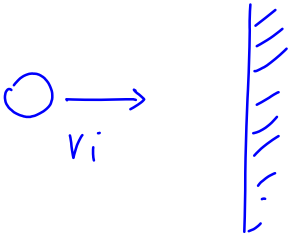
Biliardo : $M = m$ $\quad V_f = v_i \quad v_f = 0$





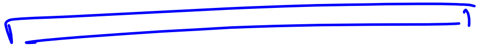
inizio

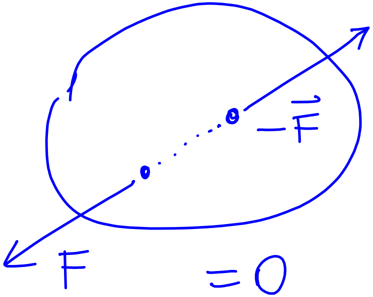
Muro : $M = \infty$ $\quad V_f = 0 \quad v_f = -v_i$



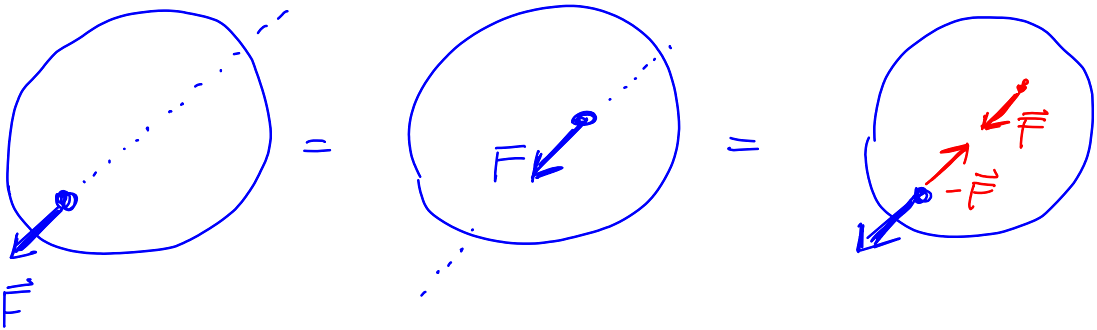
Statica

Corpo rigido : corpo esteso indeformabile

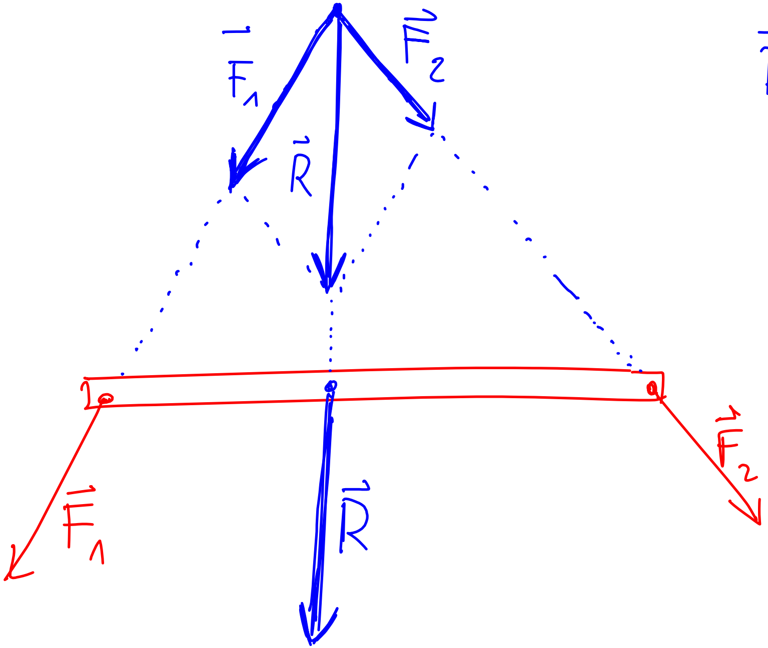
esempio:  sbarretta di metallo



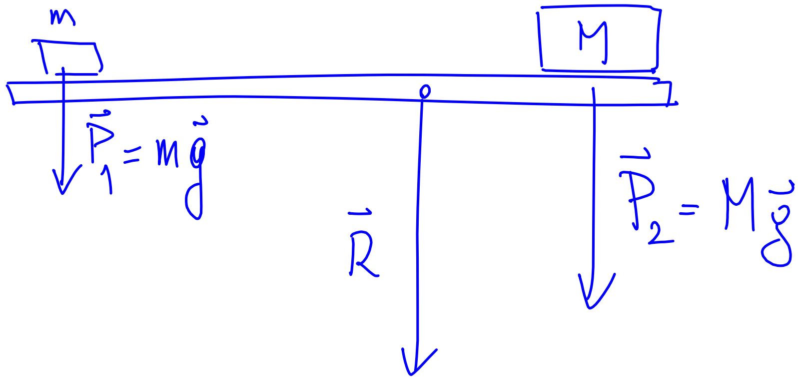
: posso traslare una forza $\vec{F}$ lungo la sua direzione

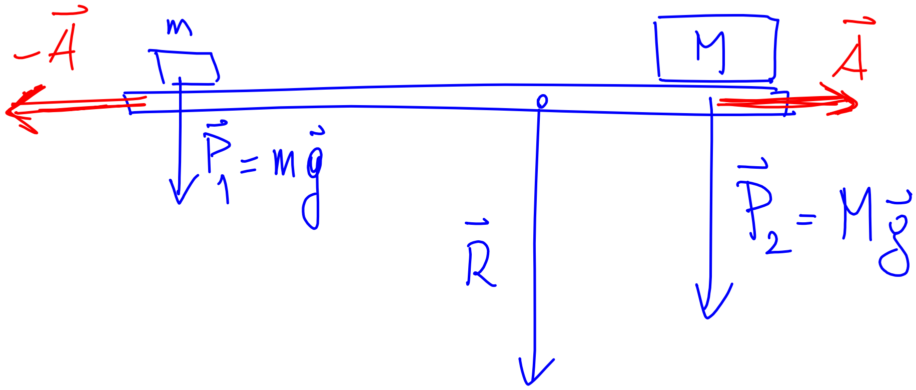


$\vec{R}$ = risultante

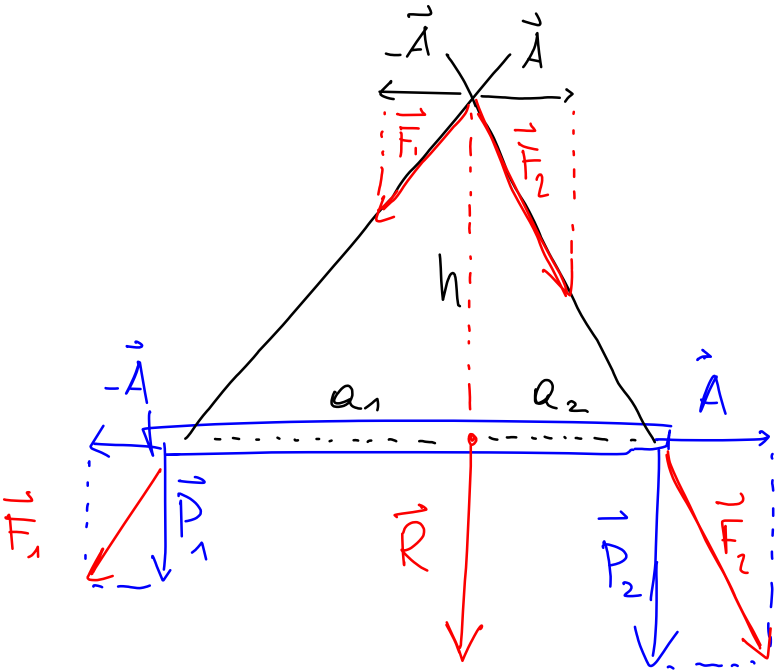


Leva





Aggiungo e sottraggo due forze uguali e opposte lungo la sbarretta



$$\vec{R} = \vec{P}_1 + \vec{P}_2 = m\vec{g} + M\vec{g} =$$
$$= (m+M)\vec{g}$$

$$h : a_2 = P_2 : A$$
$$h : a_1 = P_1 : A$$

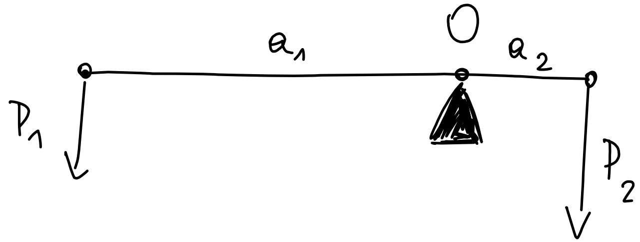
Divido: $\dfrac{a_1}{a_2} = \dfrac{P_2}{P_1}$

$$a_1 P_1 = a_2 P_2$$

braccio

forza

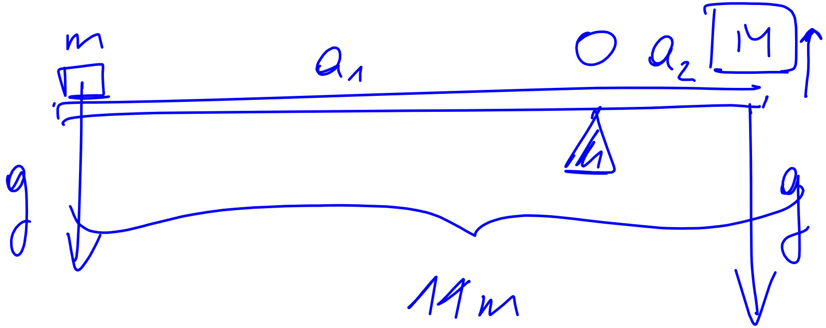
momento della forza



<u>Esempio</u> sbarretta di 1 m

volete sollevare M = 1 tonnellata

con motore che può fare al massimo la forza = peso di 1 quintale. Dov'è il punto d'appoggio?



$M = 1$ tonnellata

$m = 1$ quintale

$$a_1 + a_2 = 11\,m \qquad P_1 = mg \qquad P_2 = Mg$$

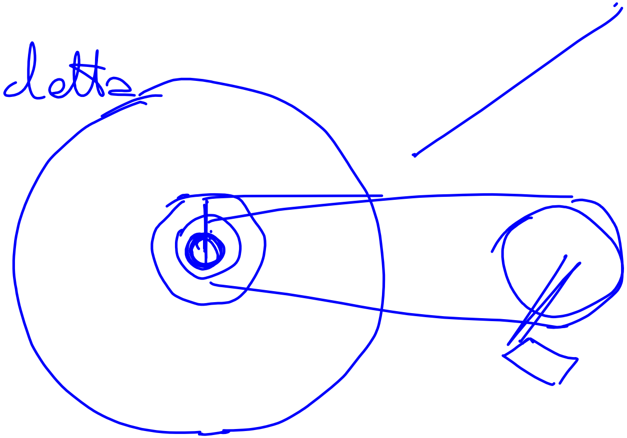
$$\text{momento} = P_1 a_1 = P_2 a_2$$

$$m\cancel{g}\,a_1 = M\cancel{g}\,a_2$$

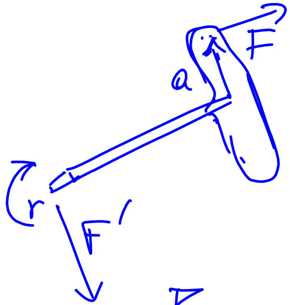
$$\begin{cases} a_1 = \dfrac{M}{m} a_2 = 10 a_2 \\ a_1 + a_2 = 11\,m \end{cases}$$

$$a_2 = 1\,m \qquad a_1 = 10\,m$$

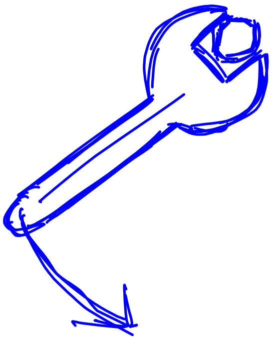
Bicicletta



Cacciavite

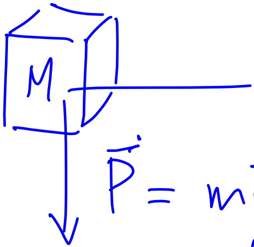


$$F a = F' r$$



Spinta di Archimede:
un corpo immerso in un fluido riceve verso l'alto una spinta (= forza) pari al peso del fluido spostato

Se il corpo ha volume V ed è immerso in un fluido di densità ρ



corpo

$\vec{P} = m\vec{g}$

$\left[\ \rho = \text{massa per unità di volume}\ \right]$ la spinta è $\rho V g$

$$1\,l = 1\,dm^3 = 1\cdot(10\,cm)^3 = 1000\,cm^3$$

H_2O $\quad \rho \sim \frac{1\,Kg}{litro}$

$$1\,dm = 10\,cm = \frac{1}{10}\,m \qquad 1\,l = \left(\frac{1}{10}\,m\right)^3 = \frac{m^3}{1000}$$

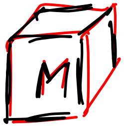
$$1\,Kg = 1000\,g$$

$$\rho = \frac{\cancel{1000}\,g}{\cancel{1000}\,cm^3} = \frac{1\,g}{cm^3} = \frac{1000\,g\cdot 1000}{m^3} = 10^6\,\frac{g}{m^3} =$$

CGS

$$= \frac{1\,Kg}{m^3}10^3 = 10^3\,\frac{Kg}{m^3}$$

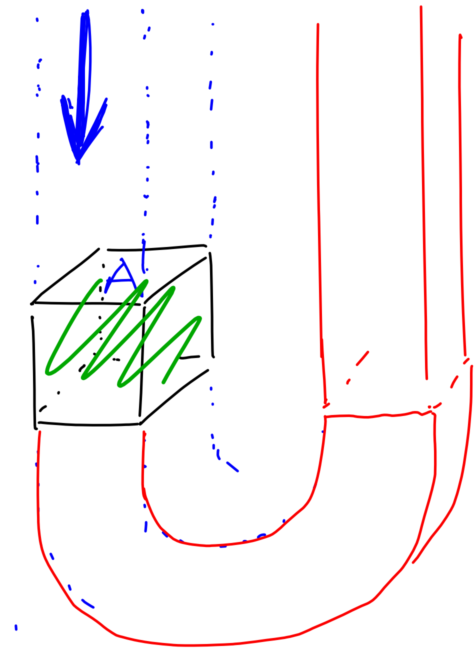
MKS



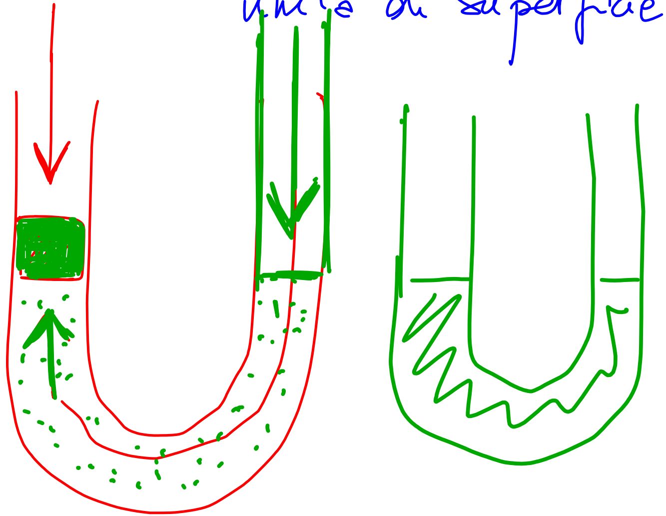
$$\vec{S} = -\vec{g}\,\rho V$$

massa del liquido spostato

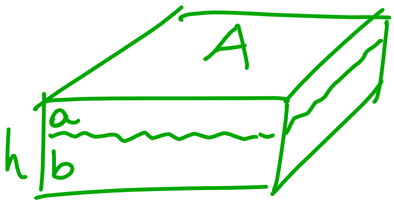
$$\vec{P} = M\vec{g}$$



Pressione = Forza per unità di superficie



parallelepipedo di densità ρ in acqua $\left(\rho_{H_2O} = \frac{1\,Kg}{l}\right)$



$h = a + b$

$\text{Peso} = g \rho A h$

$\text{Spinta} = g \rho_{H_2O} A b$

Equilibrio: $P = S$ $\quad \cancel{g} \rho \cancel{A} h = \cancel{g} \rho_{H_2O} \cancel{A} b$

$\rho h = \rho_{H_2O} b \qquad b = \frac{\rho}{\rho_{H_2O}} h \leq h$

$\rho \leq \rho_{H_2O}$

5.3 corpo di massa $M = 10\,Kg$ che si muove
con velocità $v = 10\,\frac{m}{s}$

K p energia cinetica & quantità di moto

$$K = \frac{M}{2} v^2 = \frac{10\,Kg}{2}\, 10^2\, \frac{m^2}{s^2} = 500 \text{ Joule}$$

$$p = Mv = 10\,Kg\; 10\,\frac{m}{s} = 100\ Kg\,\frac{m}{s} = 100\ N \cdot s$$

Ma .... Newton

A quale altezza h $K = U_{pot}$?

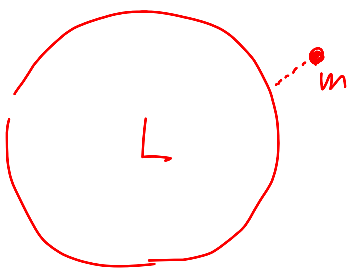
$$U_{pot} = Mgh = K = 500\,J$$

$$h = \frac{5\cancel{00}\,J}{1\cancel{0}\,Kg \cdot 1\cancel{0}\,\frac{m}{s^2}} = 5\,\frac{\cancel{Kg} \cdot m^{\cancel{2}}}{\cancel{Kg} \cdot \cancel{m} \cdot \cancel{s^2}}\,\cancel{s^2} = 5\,m$$

Massa luna $= m_2 = 7.348 \cdot 10^{22}$ Kg

raggio $= R_L = 1737$ Km

Calcolare g_L (accelerazione gravitazionale lunare)



$$F_{Grav} = G\,\frac{m_L\,m}{R_L^2} = m\,g_L$$

$$g_L = G\,\frac{m_L}{R_L^2}$$

$$g_L = G\frac{m_L}{R_L^2} = 6.67\cdot 10^{-11}\,\frac{m^3}{\cancel{kg}\cdot s^2}\cdot\frac{7.348\cdot 10^{22}\,\cancel{kg}}{(1737\ km)^2} =$$

$$G = 6.67\cdot 10^{-11}\,\frac{m^3}{kg\cdot s^2}$$

$$= 6.67\cdot 10^{-11}\,\frac{m^{\cancel{3}}}{s^2}\cdot\frac{7.348\cdot 10^{22}}{(1737)^2\,(10^3\,\cancel{m})^2} =$$

$$= \frac{6.67\cdot 7.348}{(1737)^2}\,10^5\,\frac{m}{s^2} = 1.6\,\frac{m}{s^2}$$

$M_T = 5{,}9736 \cdot 10^{24}$ Kg

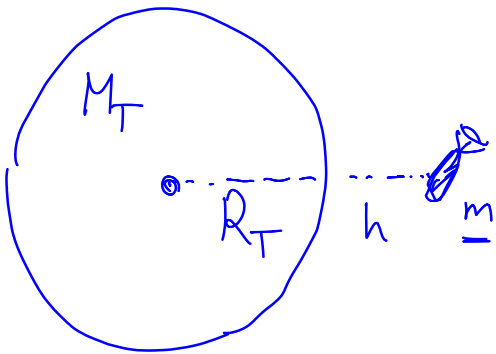
massa terra

$R_T = 6371$ Km

raggio terra

SSI: stazione spaziale internazionale $h = 400$ Km

Quale accelerazione gravitazione g' sentono gli astronauti che stanno sulla SSI?



$\underline{F = ma}$ dove $a = g'$

e F è la forza gravitazionale F_G

$$G\frac{M_T \cancel{m}}{(R_T+h)^2} = \cancel{m}g' \qquad g' = G\frac{M_T}{(R_T+h)^2} =$$

$$= 6.67 \cdot 10^{-11} \frac{m^3}{\cancel{kg} \cdot s^2} \frac{5.9736 \cdot 10^{24} \cancel{kg}}{(6371\,km + 400\,km)^2} =$$

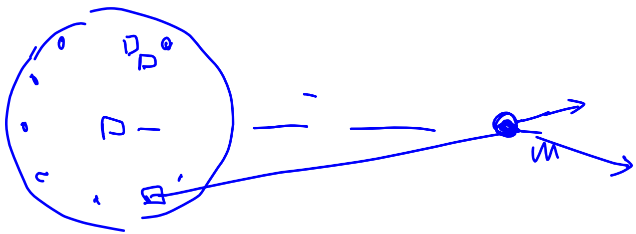
$$= 6.67 \cdot 10^{-11} \frac{m^{\cancel{3}}}{s^2} \frac{5.9736 \cdot 10^{24}}{(6771)^2 \cdot 10^6 \cancel{m^2}} =$$

$$= \frac{6.67 \cdot 5.9736}{(6771)^2} 10^7 \frac{m}{s^2} = 8.7 \frac{m}{s^2}$$

Corpi puntiformi

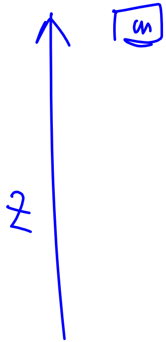
$$|F_G| = G\,\frac{m_1 m_2}{r^2}$$

Si dimostra che la forza gravitazionale esercitata da un corpo sferico omogeneo è uguale a quella che esercita un corpo puntiforme della stessa massa collocato al centro della sfera



Si staccano $m = 30$ kg da una gru da $h = 45$ m e cade.

Quanto tempo impiega ad arrivare a terra?



$$P = -mg = ma = m\ddot{z} \qquad \ddot{z} = -g$$

$$\dot{z} = -gt + v_0 \qquad v_0 = 0$$

$$z(t) = -\frac{gt^2}{2} + v_0 t + z_0 \qquad z_0 = h$$

$$z(t) = -\frac{g}{2}t^2 + h \qquad z(t) = 0 \text{ per } h = \frac{g}{2}t^2$$

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 45\ \cancel{m}}{10\ \frac{\cancel{m}}{s^2}}} \simeq 3\ s$$

Con quale velocità v arriva a terra?

$$\dot{z}(t) = -gt + \cancel{v_0} = -gt$$

a $t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$ $\qquad \dot{z}(t) = -g\sqrt{\frac{2h}{g}} = -\sqrt{2gh} =$

$$= -\sqrt{2 \cdot 10\frac{m}{s^2} \cdot 45m} = -30\ \frac{m}{s}$$

$$30\ \frac{m}{s} = 30\ \frac{Km}{1000}\ \frac{3.600}{ora} = 30 \cdot 3.6\ \frac{Km}{ora} = 108\ \frac{Km}{ora}$$

Quanto lavoro L richiede portare una borsa di $m = 4\,kg$ fino al 4° piano? ($h = 12\,m$)

$$L = F \cdot spost = mgh = 4\,kg \cdot 10\,\frac{m}{s^2} \cdot 12\,m =$$

$$= 480\ Joule$$

Quanta potenza media W richiede fare questo lavoro in $t = 1$ minuto?

$$W = \frac{L}{t} = \frac{mgh}{t} = \frac{\overset{8}{\cancel{480}}\,J}{\cancel{60}\,s} = 8\ Watt$$

Vostro corpo = motore con rendimento $\eta = 40\% = 0.4$

[rendimento = rapporto tra il lavoro da fare e l'energia spesa per farlo]

$$\eta = \frac{L}{E_{spesa}}$$

$$E_{spesa} = \frac{L}{\eta} = \frac{480\ J}{0.4} =$$

$$= \frac{\cancel{480}^{120}}{\cancel{4}} \cdot 10\ J = 1200\ J =$$

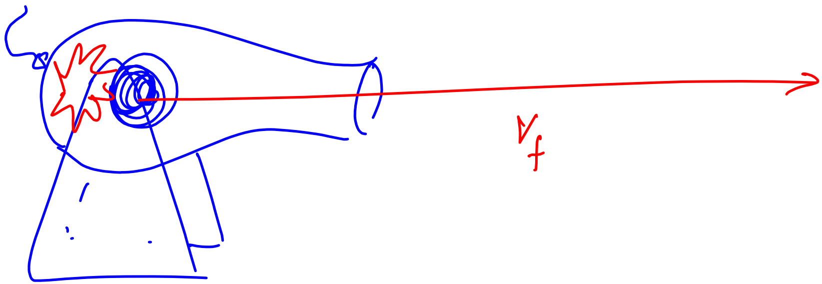
caloria = 4,184 J

$$= 1200 \frac{cal}{4.184} \simeq 287\,cal$$

3.8 cannone $M = 1500\ kg$ proiettile $m = 10\ kg$

$v_f = 1000\ \frac{m}{s}$

calcolare la velocità di rinculo V_f del cannone



sistema isolato : si conserva l'impulso totale

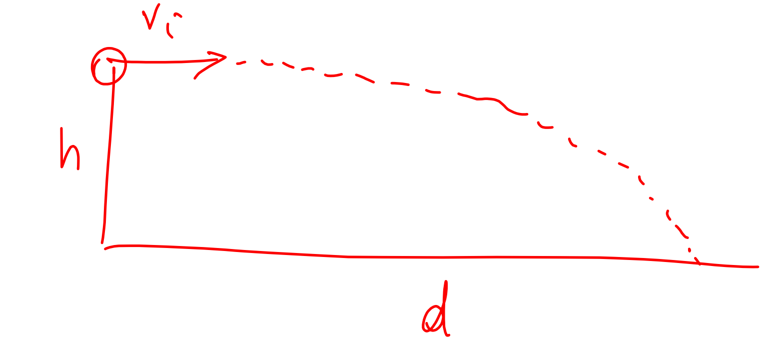
$$P_i = m v_i^{=0} + M V_i^{=0} = 0 = m v_f + M V_f$$

$$V_f = -\frac{m}{M} v_f = -\frac{10\ \cancel{kg}}{1500\ \cancel{kg}}\ 1000\ \frac{m}{s} \simeq -6.7\ \frac{m}{s}$$

lanciatore baseball : palla v_i velocità iniziale orizzontale

$h = 1.5\,m$

la palla va a cadere a $d = 25\,m$

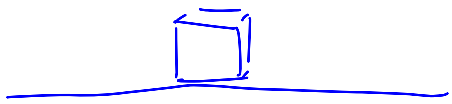


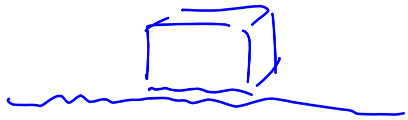
quanto tempo impiega la palla per arrivare a terra?

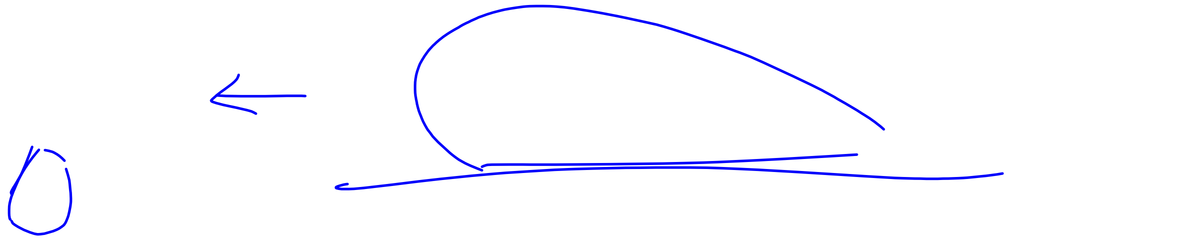
$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1.5\,m}{10\,\frac{m}{s^2}}} \approx 0.55\,s$$

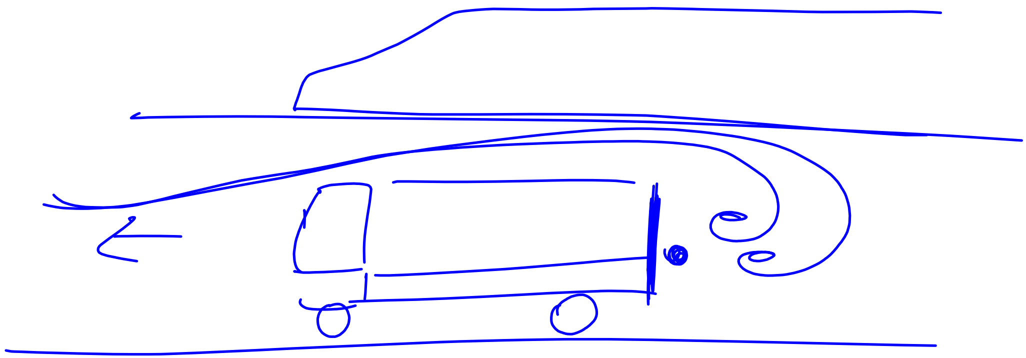
$$v_i = ? = \frac{d}{t} = \frac{25\,m}{0.55\,s} = 45.6\,\frac{m}{s} = 164\,km/ora$$

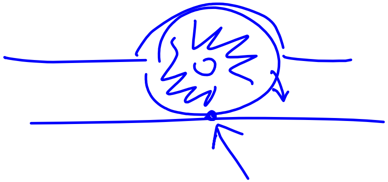
Attrito





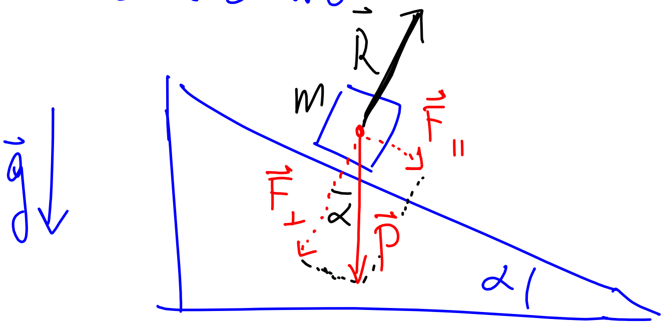






1) attrito statico/attrito dinamico

si oppone alla messa in moto di un corpo sull'altro



piano inclinato

$$\vec{P} = m\vec{g}$$

$$|F_{\parallel}| = mg \operatorname{sen}\alpha$$

$$|F_{\perp}| = mg \cos\alpha$$

$$\vec{R} + \vec{F}_{\perp} = 0$$

Senza attrito

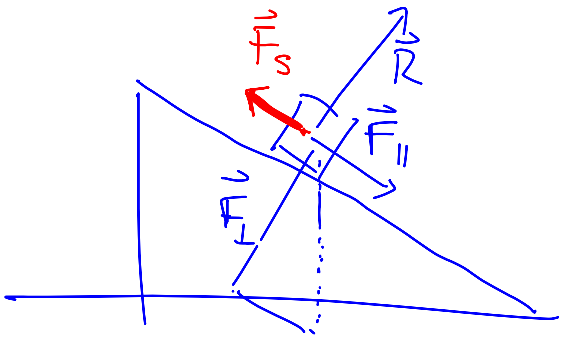
$$\vec{F}_{\parallel} = m\vec{a} \qquad \cancel{m}a = \cancel{m}g \operatorname{sen}\alpha$$

$$\underline{a = g \operatorname{sen}\alpha}$$

Attrito statico:

$$|F_s| = \mu_s |F_\perp|$$

costante che dipende dal materiale



Il corpo NON si muove finchè $|F_{\parallel}|$ non supera $|F_s|$

$$\underline{\mu_s \cancel{mg} \cos\alpha} \leq \underline{\cancel{mg} \operatorname{sen}\alpha} \qquad \text{affinché il corpo si muova}$$

$$F_s \leq F_{\parallel}$$

$$\boxed{\mu_s \leq \operatorname{tg}\alpha}$$

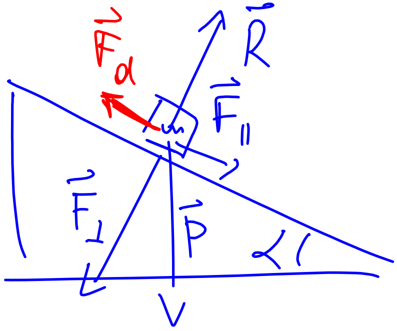
α piccolo : $\operatorname{sen}\alpha = \alpha + o(\alpha)$

$\cos\alpha = 1 + o(\alpha)$

$\operatorname{tg}\alpha = \alpha + o(\alpha)$

F_s : soglia per avere movimento

Superata la soglia, c'è movimento soggetto a una forza d'attrito dinamico



$$|F_d| = \mu_d |F_\perp|$$

coefficiente di attrito dinamico, dipende dai materiali

Necessariamente: $\mu_d \leq \mu_s$

moto lungo il piano inclinato con legge

$$ma = F = mg\,\text{sen}\,\alpha - \mu_d\, mg \cos\alpha$$

$$a = g(\text{sen}\,\alpha - \mu_d \cos\alpha) \left[\geq 0 \quad ?\right]$$

$0 \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2}$

$\cos\alpha \geq 0$

$$\text{sen}\,\alpha \overset{?}{\geq} \mu_d \cos\alpha \qquad \text{tg}\,\alpha \geq \mu_d \quad (\text{sì})$$

perché $\quad tg\alpha \geqslant \mu_s \quad e \quad \mu_s \geqslant \mu_d$

quindi $\quad tg\alpha \geqslant \mu_d \quad e \quad a \geqslant 0$

2) attrito viscoso, viscosità

corpo in un fluido

un corpo di forma sferica (raggio r) immerso in un fluido sente una forza d'attrito viscoso pari a

$$\vec{F}_V = -6\pi\eta r\vec{V}$$

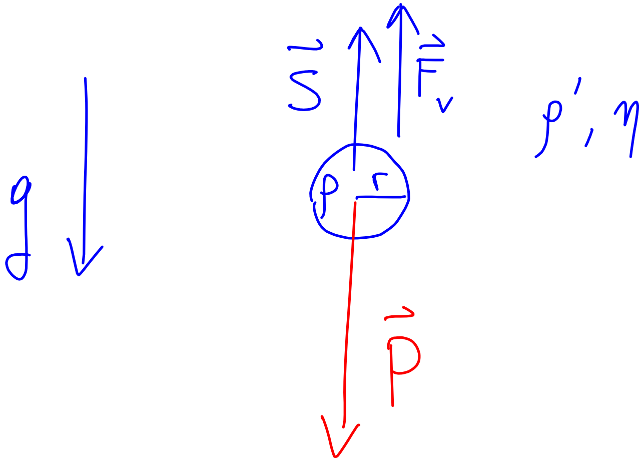
coefficiente di attrito viscoso

costante

velocità del corpo nel fluido

Esempio

sferetta di densità ρ e raggio r in un fluido di viscosità η e densità ρ'



$$m = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho$$

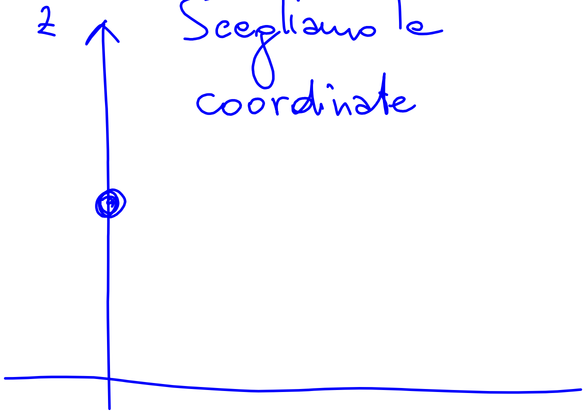
$$|P| = \frac{4\pi}{3} r^3 \rho g = mg$$

$$|S| = m' g = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho' g$$

volume sfera: $\frac{4\pi}{3} r^3$

m' = massa del fluido spostato $= \frac{4}{3}\pi r^3 \rho'$

Scegliamo le coordinate



$$a = \ddot{z} \qquad P = -mg$$

$$v = \dot{z} \qquad S = m'g$$

$$F_v = -6\pi\eta r\dot{z}$$

Equazione : $\vec{F}_{tot} = ma$

$$m\ddot{z} = -mg + m'g - 6\pi\eta r\dot{z}$$

$$\ddot{z} = -g + \frac{m'}{m}g - \frac{6\pi\eta r}{m}\dot{z} =$$

$$= -g + \frac{\cancel{\frac{4}{3}\pi}\cancel{r^3}\rho'}{\cancel{\frac{4\pi}{3}}\cancel{r^3}\rho}g - \frac{\overset{3}{\cancel{6}}\cancel{\pi}\eta\cancel{r}}{2\cancel{\frac{4\pi}{3}}r^{\cancel{3}2}\rho}\dot{z} =$$

$$= -g + \frac{\rho'}{\rho} g - \frac{9}{2} \frac{\eta}{r^2 \rho} \dot{z}$$

$$\ddot{z} = \underbrace{g\left(\frac{\rho'}{\rho} - 1\right)}_{\substack{\text{costante data} \\ \equiv \bar{a}}} - \underbrace{\frac{9}{2} \frac{\eta}{r^2 \rho}}_{\equiv \gamma > 0} \dot{z} \qquad \ddot{z} = \bar{a} - \gamma \dot{z}$$

può essere $\gtrless 0$

$$v = \dot{z} \qquad \boxed{\dot{v} = \bar{a} - \gamma v}$$

$$\dot{v} = \ddot{z}$$

Esiste una soluzione

$v = \bar{v} =$ costante $=$

$=$ velocità di sedimentazione

(moto uniforme)

$$v = \bar{v} \implies \dot{v} = 0 = \bar{a} - \gamma \bar{v} \qquad \bar{v} = \frac{\bar{a}}{\gamma}$$

$$V_{sedim} = \frac{g\left(\frac{\rho'}{\rho}-1\right) r^2 \rho}{\frac{9}{2}\eta} = \frac{2 g r^2}{9\eta}(\rho'-\rho)$$

$$\boxed{\dot{v} = \bar{a} - \gamma v}$$

$v = v(t) = \dot{z}(t)$

$\bar{a}, \gamma$ sono due costanti

$$\bar{v} = \frac{\bar{a}}{\gamma}$$

$v = u + \bar{v}$

cambio di variabili $u(t) = v(t) - \bar{v}$

$$\dot{u} = \dot{v} = \bar{a} - \gamma v = \bar{a} - \gamma(u + \bar{v}) =$$

$$= \bar{a} - \gamma u - \gamma \bar{v} = \cancel{\bar{a}} - \gamma u - \cancel{\gamma \frac{\bar{a}}{\gamma}} = -\gamma u$$

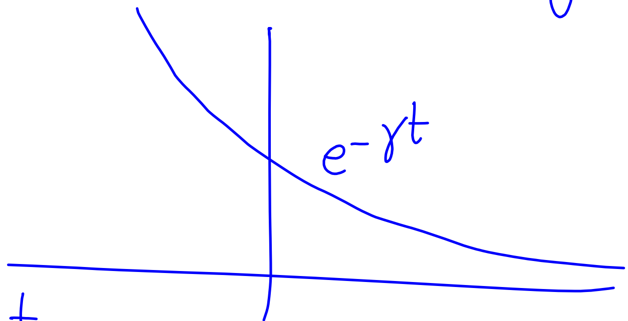
$$\boxed{\frac{du(t)}{dt} = -\gamma\, u(t)}$$

$$\frac{dy}{dx} = y$$

$$y = C e^{x}$$

$$u(t) = c\, e^{-\gamma t}$$

costante



$$\frac{du}{dt} = c\,\frac{d e^{-\gamma t}}{dt} = c\, e^{-\gamma t} \cdot \frac{d}{dt}(-\gamma t) =$$

$$= -\gamma\, c\, e^{-\gamma t} = -\gamma\, u(t)$$

$$v(t) = \bar{v} + c\, e^{-\gamma t}$$

velocità iniziale

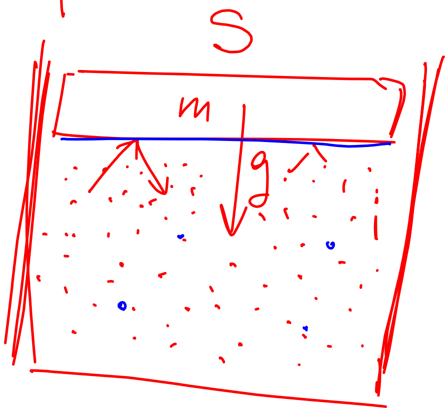
$$v(0) = \bar{v} + c \qquad c = v(0) - \bar{v}$$

$$v(t) = \bar{v} + e^{-\gamma t}\left(v(0) - \bar{v}\right)$$

Dinamica dei fluidi

$$\text{Pressione} = \frac{\text{forza (perpendicolare)}}{\text{superficie su cui agisce}}$$

Esempio



Peso = mg

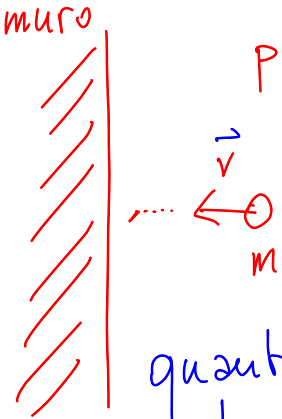
$$P = \frac{mg}{S}$$

pressione

urto palla contro muro

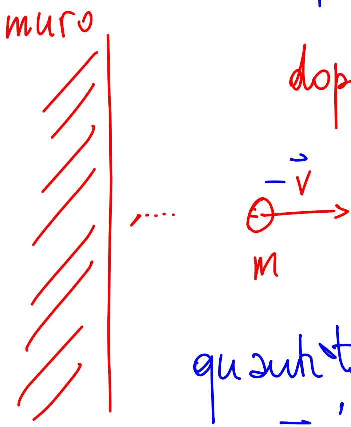
$$K = \frac{m}{2} v^2$$

prima



quantità di moto $\vec{p} = m\vec{v}$

dopo



quantità di moto

$$\vec{p}\,' = -m\vec{v} = -\vec{p}$$

Nel rimbalzo c'è una variazione della quantità di moto

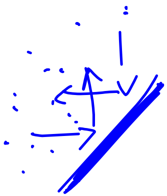
$$\Delta\vec{p} = \vec{p}' - \vec{p} = -2\vec{p}$$

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} \quad \dots \quad \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t}$$

Se in Δt, N atomi rimbalzano sul pistone (causando ciascuno la variazione di quantità di moto $\Delta\vec{p}$)

$$\vec{F} = \frac{N\Delta\vec{p}}{\Delta t}$$

La pressione di un fluido è la stessa in tutti i punti e tutte le direzioni



(fluido in equilibrio, in assenza di gravità)

principio di Pascal

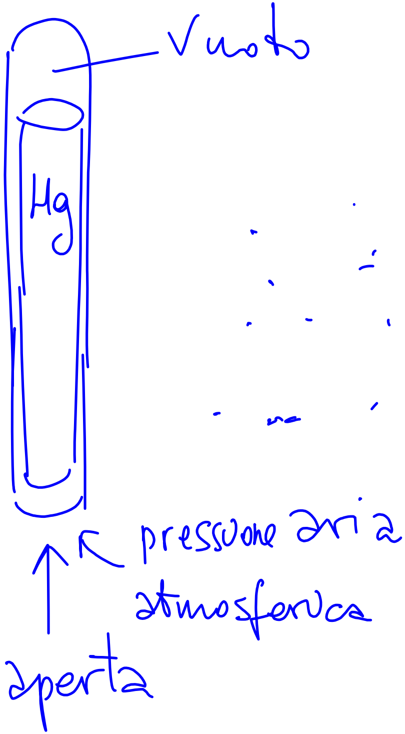
isotropia della pressione

Unità di misura

MKS $\quad \dfrac{F}{S} = \dfrac{N}{m^2} = \dfrac{Kg \dfrac{\cancel{m}}{s^2}}{m^{\cancel{2}}} = \dfrac{Kg}{m\, s^2}$ = pascal

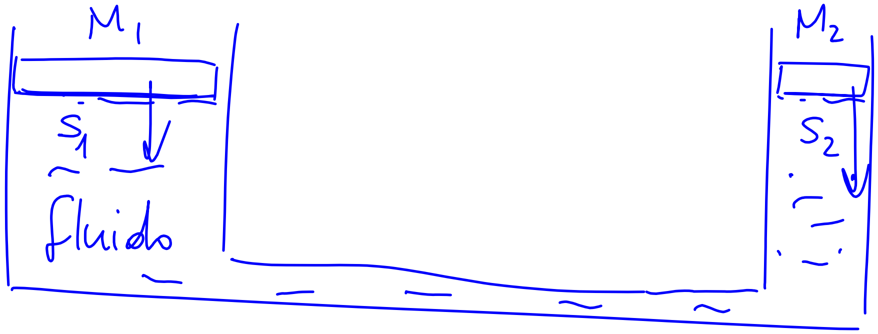
CGS $\quad \dfrac{F}{S} = \dfrac{g}{cm \cdot s^2}$ = baria

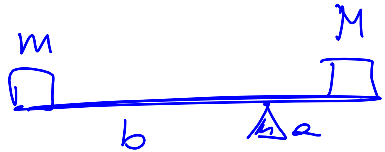
1 atm = circa 10^6 barie = pressione di una colonna di 760 mm di mercurio (Hg)



Fluido incomprimibile

vasi comunicanti





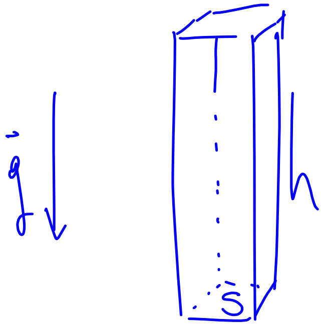
$$P_1 = \frac{M_1 g}{S_1} \qquad P_2 = \frac{M_2 g}{S_2}$$

Equilibrio: $P_1 = P_2$

$$\frac{M_1}{S_1} = \frac{M_2}{S_2}$$

Legge di Stevino

fluido in equilibrio (fermo)

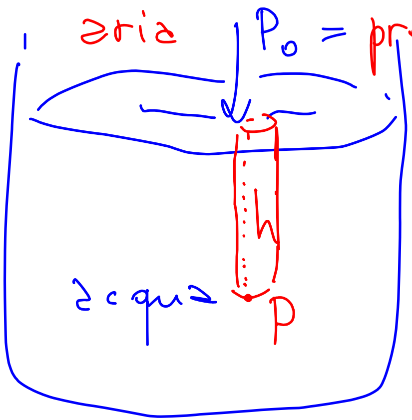


colonna di fluido di densità $\rho = \dfrac{\text{massa}}{\text{volume}}$

superficie S

pressione $= P = \dfrac{\text{peso colonna}}{\text{superficie}} = \dfrac{\cancel{S} h \rho g}{\cancel{S}} = \rho g h$

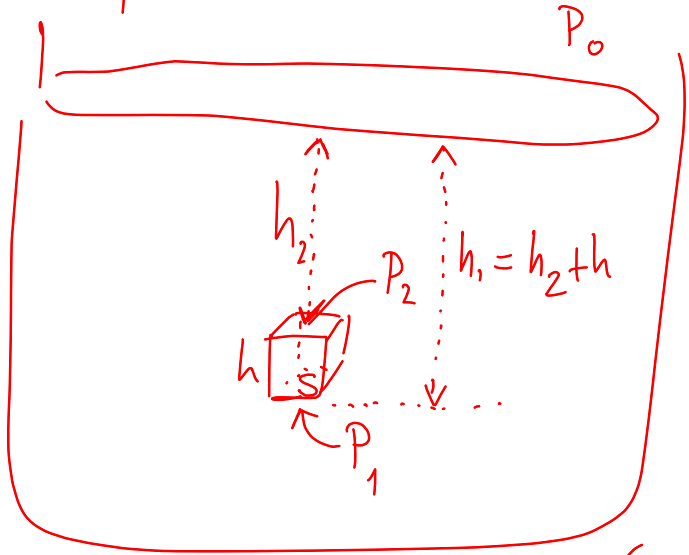
aria P_0 = pressione atmosferica



$$P(h) = P_0 + \rho_{H_2O}\, g h$$

recipiente con acqua

Principio di Archimede



$$P_1 = P_0 + \rho g h_1$$

$$P_2 = P_0 + \rho g h_2$$

$$\text{Spinta} = S(P_1 - P_2) = S(\cancel{P_0} + \rho g h_1 - \cancel{P_0} - \rho g h_2) =$$

$$= S\rho g(h_1 - h_2) = S\rho g h = \rho \, \underline{\text{Volume}} \, g =$$

$$= (\text{massa del liquido spostato}) \cdot g = \text{peso del fluido spostato}$$

Fluido perfetto: incomprimibile

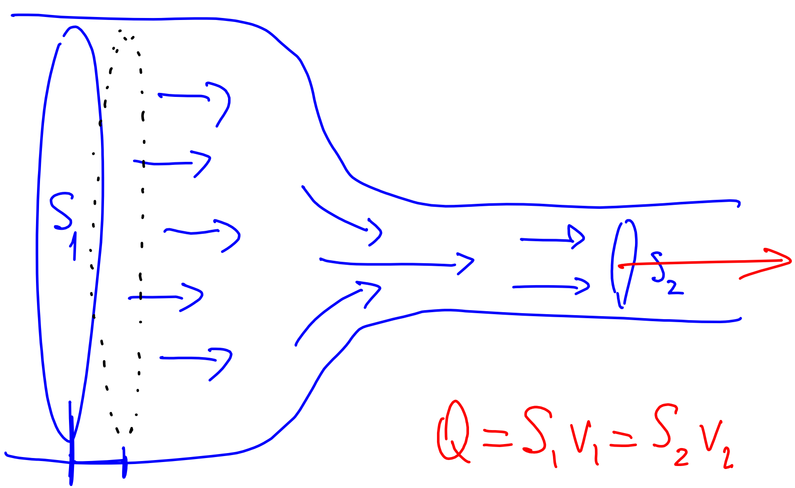
senza attrito (viscosità)

e irrotazionale

no vortici

no turbolenza

Condotto



$$Q = S_1 v_1 = S_2 v_2$$

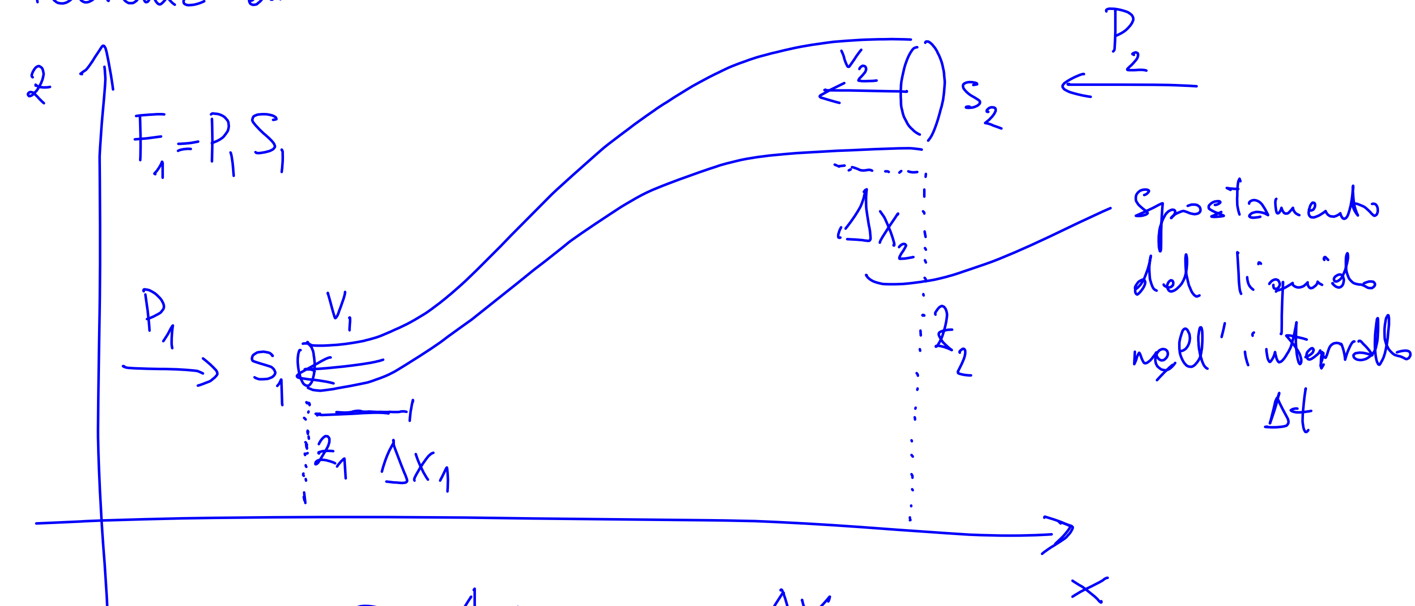
portata di un condotto:

Q = quantità di fluido che attraversa la sezione nell'unità di tempo =

$$= \frac{\text{volume}}{\text{tempo}} = \frac{S_1 \Delta x_1}{\Delta t} = S_1 v_1$$

La portata è la stessa lungo tutto il condotto
(fluido incomprimibile) equazione di continuità

Teorema di Bernoulli



$$Q = S_2 \frac{\Delta x_2}{\Delta t} = S_1 \frac{\Delta x_1}{\Delta t}$$

Conservazione dell'energia

Energia totale $(K+U)_2$ $-$ Energia totale$_1$ $=$

$= L =$ Lavoro delle forze esterne su 1

$-$ Lavoro su 2

Sia ρ la densità del fluido

fluido incomprimibile vuol dire ρ è la stessa

lungo tutto il condotto

$$K_2 = \frac{1}{2} v_2^2 \, m_2 \qquad m_2 = \rho V_2 = \rho S_2 \Delta x_2$$

$$K_2 = \frac{1}{2} \rho S_2 \Delta x_2 \, v_2^2 \qquad K_1 = \frac{1}{2} \rho S_1 \Delta x_1 \, v_1^2$$

$$U_2 = m_2 g z_2 = \rho S_2 \Delta x_2 z_2 g \qquad U_1 = \rho S_1 \Delta x_1 z_1 g$$

$$L = P_1 S_1 \Delta x_1 - P_2 S_2 \Delta x_2$$

$$L = K_2 + U_2 - K_1 - U_1$$

$$P_1 S_1 \Delta x_1 - P_2 S_2 \Delta x_2 = \frac{\rho}{2} S_2 \Delta x_2 v_2^2 + \rho S_2 \Delta x_2 z_2 g - \frac{\rho}{2} S_1 \Delta x_1 v_1^2 - \rho S_1 \Delta x_1 z_1 g$$

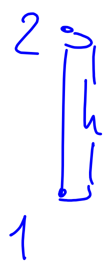
$$P_1 - P_2 = \frac{\rho}{2} v_2^2 - \underbrace{\frac{\rho}{2} v_1^2} + \rho z_2 g - \underbrace{\rho z_1 g}$$

$$\underbrace{P_1 + \frac{\rho}{2} v_1^2 + \rho z_1 g} = \underbrace{P_2 + \frac{\rho}{2} v_2^2 + \rho z_2 g}$$

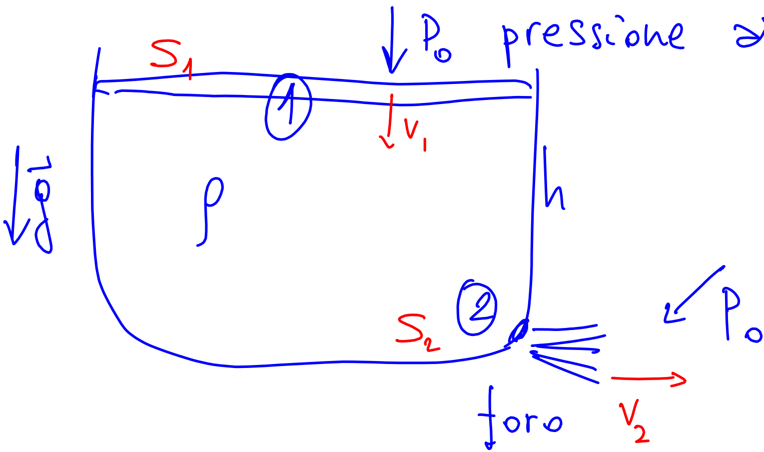
questa quantità non dipende dal punto del condotto

Stevino = caso particolare di Bernoulli con fluido fermo ($v_2 = v_1 = 0$)

$$P_1 - P_2 = \rho g \underbrace{(z_2 - z_1)}_{h}$$



Teorema di Torricelli



uguali perché h non è grande

Con quale velocità il liquido esce dal foro?

$S_1 v_1 = S_2 v_2 \qquad v_1 = \frac{S_2}{S_1} v_2$

v_1 trascurabile

Applico Bernoulli:

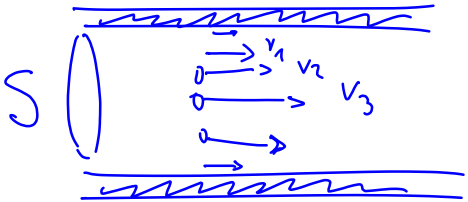
$$\cancel{P_1} + \rho \frac{v_1^2}{2} + \rho z_1 g = \cancel{P_2} + \rho \frac{v_2^2}{2} + \rho z_2 g$$

$P_0 \qquad z_1 = h \qquad P_2 = P_0 \qquad z_2 = 0$

$$\cancel{\rho} h g = \cancel{\rho}\, \frac{v_2^2}{2} \qquad v_2 = \sqrt{2gh}$$

Teorema di Torricelli

Viscosità



$$Q = \sum_i \sigma_i v_i \quad \text{portata}$$

$$Q = S\, v_{media}$$

$$S = \sum_i \sigma_i$$

σ_i = sezione della lamina con velocità v_i

$$Q = S\, v_{media} = \sum_i \sigma_i v_i \qquad v_{media} = \frac{\sum_i \sigma_i v_i}{\sum_i \sigma_i}$$

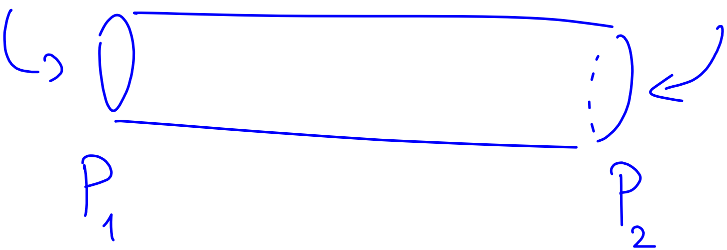
Q è sempre il volume del fluido che attraversa la sezione S nell'unità di tempo (questo anche nel caso di turbolenza)

Si definisce la <u>resistenza</u> di un condotto

$$R = \frac{\Delta P}{Q}$$

$\Delta P = P_1 - P_2$

Q = portata

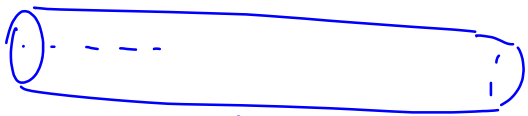


P_1, P_2 = pressioni agli estremi

formula di Poiseuille

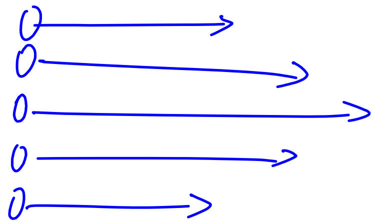
$$R = 8\eta \frac{\ell}{\pi r^4}$$

η = coefficiente di viscosità

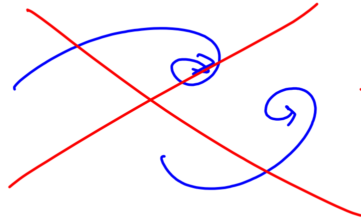
r 

ℓ

moto laminare:



OK

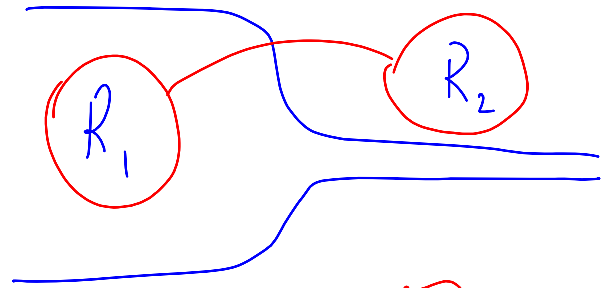


no

ℓ = lunghezza del tubo

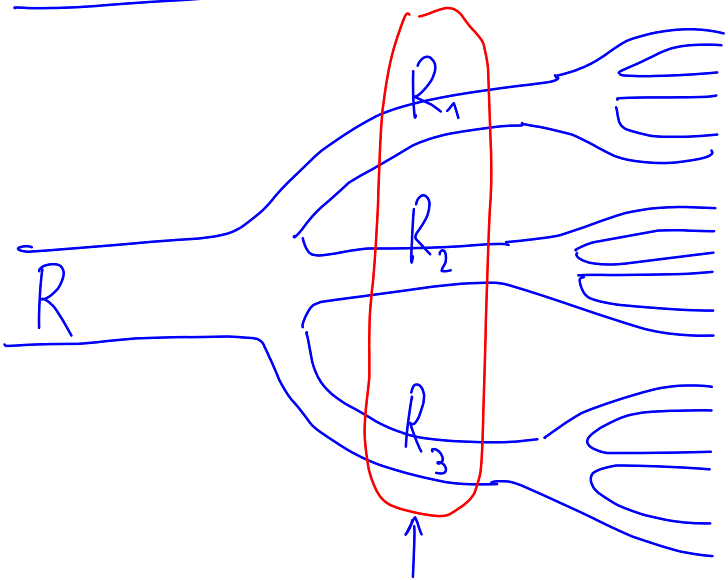
CGS

η si misura in poise $= \dfrac{g}{cm \cdot s}$



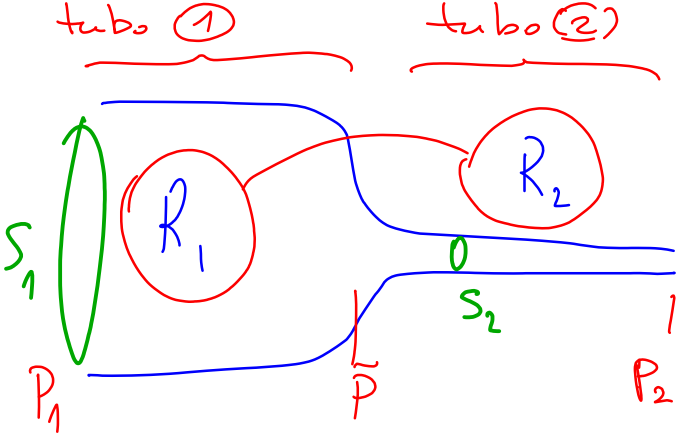
resistenze in serie

$$R_{tot} = R_1 + R_2$$



$$\frac{1}{R_{tot}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

resistenze in parallelo



resistenze in serie

$$R_{tot} = R_1 + R_2$$

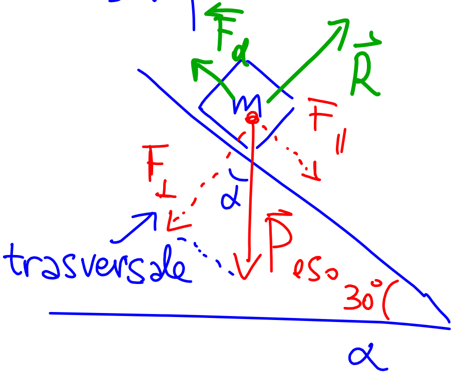
$$Q = S_1 v_1 = S_2 v_2$$

la portata è la stessa

$$R_{tot} = \frac{P_1 - P_2}{Q} \qquad R_1 = \frac{P_1 - \tilde{P}}{Q} \qquad R_2 = \frac{\tilde{P} - P_2}{Q}$$

$$R_{tot} = R_1 + R_2 = \frac{P_1}{Q} - \cancel{\frac{\tilde{P}}{Q}} + \cancel{\frac{\tilde{P}}{Q}} - \frac{P_2}{Q}$$

Esempio 2.3



Sciatore in discesa

$\mu_d = 0.12$ numero puro

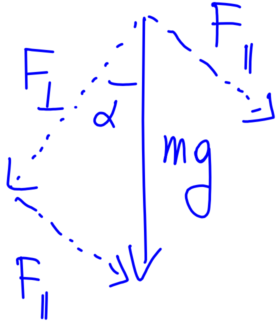
$$|F_d| = \mu_d \, |F_\perp|$$

Calcolare l'accelerazione con cui scende

$$m a_\parallel = F_\parallel - F_d = \frac{mg}{2} - \mu_d \frac{\sqrt{3}\, mg}{2}$$

↑ longitudinale

$$a_\parallel = \frac{g}{2} - \mu_d \sqrt{3}\,\frac{g}{2} = \frac{g}{2}\left(1 - \mu_d\sqrt{3}\right) = 3.96\ \frac{m}{s^2}$$

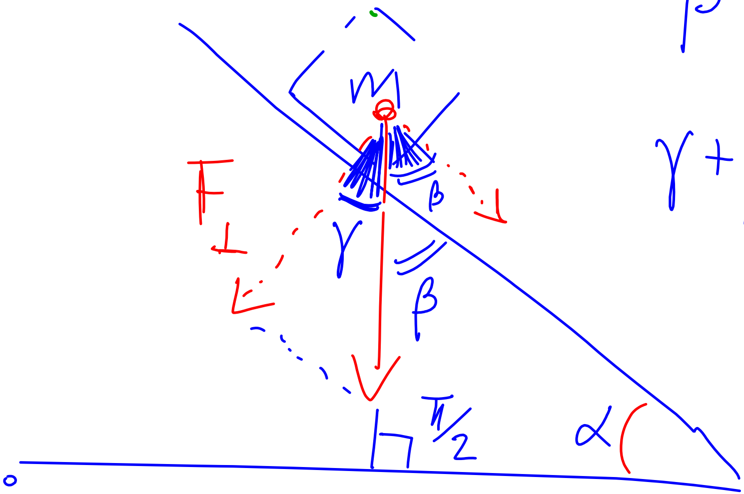


$$F_\parallel = mg \,\text{sen}\, \alpha = \frac{mg}{2}$$

$$F_\perp = mg \cos\alpha = \frac{\sqrt{3}\, mg}{2}$$

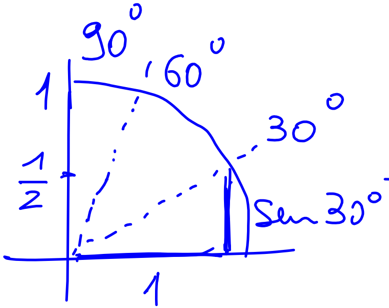
$$\pi = \frac{\pi}{2} + \beta + \alpha$$

$$\beta = \frac{\pi}{2} - \alpha$$



$$\gamma + \beta = \frac{\pi}{2}$$

$$\gamma = \frac{\pi}{2} - \beta = \alpha$$



$$\underline{\gamma = \alpha} = 30° = \frac{\pi}{6}$$

$$\begin{cases} \text{sen}\, \dfrac{\pi}{6} = \dfrac{1}{2} \\[2ex] \cos \dfrac{\pi}{6} = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}$$

Calcolare la velocità raggiunta dopo 5 s partendo da fermo

$$V_{\parallel}(t) = V_{0\parallel} + t\, a_{\parallel}$$

$V_{0\parallel} = 0$

$t = 5\ s$

$$V_{\parallel} = 5\ \cancel{s} \cdot 3.96\ \frac{m}{s^{\cancel{2}}} = 19.8\ \frac{m}{s}$$

Esercizio 3.9

Calcolare la velocità di sedimentazione V_s per corpuscoli di raggio $r = 0.1\ mm$, densità $\rho = 11\ \frac{gr}{cm^3}$ in un liquido che ha densità $\rho' = 1 \frac{gr}{cm^3}$ e coefficiente di viscosità

$$\eta = 0.01 \text{ poise} = 0.01 \frac{gr}{cm \cdot s} \left(\begin{matrix} \text{in} \\ \text{gravità} \\ \vec{g} \end{matrix} \right)$$

acc. grav.

$$V_{sedim} = \frac{g\left(\frac{\rho'}{\rho} - 1\right) r^2 \rho}{\frac{9}{2}\eta} = \frac{2\, g\, r^2}{9\eta}(\rho' - \rho) =$$

$$= \frac{2}{9}\, 10 \frac{m}{s^2} \frac{(0.1\,mm)^2\, \cancel{cm}\cdot \cancel{s}}{0.01\, \cancel{gr}} (1 - 1.1) \frac{\cancel{gr}}{cm^{\cancel{3}\,2}} =$$

$$= \frac{2}{9}\, 10\;\; 100 \frac{cm}{s} \frac{\left(\frac{1}{10}\frac{1}{10}\cancel{cm}\right)^2}{\frac{1}{100}} \left(-\frac{1}{10}\right) \frac{1}{\cancel{cm^2}} =$$

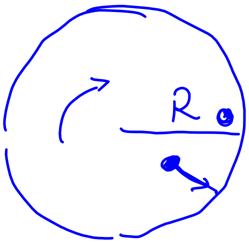
$$= \frac{cm}{s}\,\frac{2}{9}\,1\cancel{000}\,\frac{1}{1\cancel{0000}}\,1\cancel{00}\,\frac{-1}{1\cancel{0}} = -\frac{2}{9}\,\frac{cm}{s}$$

$$\simeq -0.22\,\frac{cm}{s} \qquad \text{(cade)}$$

Es. 3.10

$v_s = ?$ $\quad r = 0.01\,mm$ $\quad \rho = \frac{2\,gr}{cm^3}$ $\quad \rho' = \frac{1\,gr}{cm^3}$

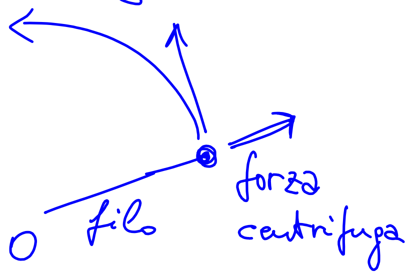
$\rho\ r \quad \rho' \quad \eta$ $\qquad \eta = 0.01$ poise $\qquad$ (non c'è la gravità)



$R = 50\,cm$

centrifuga

1000 giri al minuto



Stesso di prima con $g \to$ accelerazione centrifuga

$$a = \omega^2 R \qquad \omega = \frac{\text{angolo}}{\text{tempo}} = \frac{2\pi \cdot \cancel{1000}^{50}}{\cancel{60}_{3}\ s} =$$

$$= 104.7\ \frac{1}{s} = 104.7 \text{ Hertz}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \qquad T = \text{periodo} \qquad \nu = \frac{1}{T} = \text{frequenza}$$

$\uparrow$ tempo per fare un giro

$$T = \frac{\cancel{60}^{3}\ s}{\cancel{1000}_{50}} = 0.06\,s \qquad \nu = \frac{1}{T} = 16.6 \text{ Hertz}$$

giri fatti in un secondo

$$V_{sedim} = \frac{2ar^2}{9\eta}(\rho' - \rho) = \frac{2 \quad cm \cdot s}{9 \cdot \frac{1}{100}\cancel{gr}} (10^{-3}\cancel{cm})^2 \left(\frac{104.7}{s}\right)^2 50\cancel{cm} \cdot$$

$$\cdot (-1) \frac{\cancel{gr}}{\cancel{cm^3}} = \frac{cm}{s} \frac{2}{9} 100 \cdot 10^{-6} \cdot 50 \cdot (104.7)^2$$

$$= 12.18 \frac{cm}{s}$$

Es. 6.2

	CGS	MKS	
$\frac{gr}{cm \cdot s^2} = \frac{dyne}{cm^2}$	$=$ baria	Pascal	pressione
$gr \frac{cm}{s^2}$	$=$ dyne	Newton	Forza
$\frac{gr \cdot cm^2}{s^2} = cm \cdot dyne$	$=$ erg	Joule	energia

1 atmosfera = pressione di una colonna di mercurio di $h = 76$ cm (a 0 °C)

$$\rho = 13.6 \, \frac{gr}{cm^3}$$

V = Volume

$$\text{peso} = M g \qquad M = \rho V \qquad V = S h$$

$$\text{Pressione} = \frac{\text{peso}}{\text{superficie}} =$$

$$= \frac{M g}{S} = \frac{\rho V g}{S} = \frac{\rho \cancel{S} h g}{\cancel{S}} = \rho h g$$

$$P = \rho g h = 13.6 \, \frac{gr}{\cancel{cm^3}} \; 9.81 \, \frac{100 \, \cancel{cm}}{s^2} \; 76 \, \cancel{cm} = 1.014 \cdot 10^6 \left(\frac{gr}{cm \cdot s^2} \right) \simeq$$

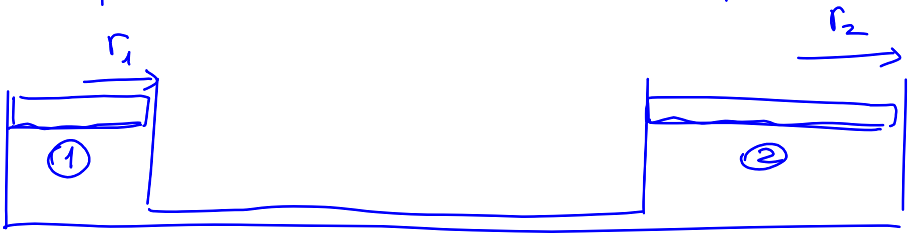
baria

$\simeq$ 1 milione di barie

$$\text{baria} = \frac{gr}{cm \cdot s^2}$$

$$\text{Pascal} = \frac{kg}{m \cdot s^2} = \frac{1\cancel{00}0\ gr}{1\cancel{00}\ cm \cdot s^2} = 10 \text{ barie}$$

Esempio 6.1 Elevatore a pressione



$r_1 = 6$ cm

$r_2 = 24$ cm

Quale forza devo fare su 1 se voglio sollevare in 2 un'auto di $M = 1529$ Kg

$$P_2 = \frac{Mg}{\pi r_2^2} = P_1 = \frac{F_1}{\pi r_1^2}$$

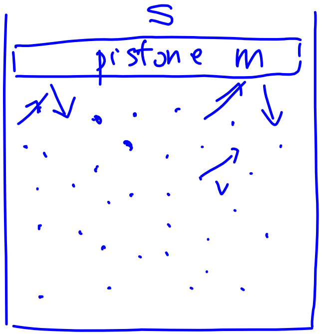
$$F_1 = \frac{Mg}{\cancel{\pi} r_2^2} \cancel{\pi} r_1^2 = 1529\ kg\ \frac{10\ m}{s^2} \frac{(6\ \cancel{cm})^2}{(24\ \cancel{cm})^2} =$$

$$= \frac{15290\ N}{16} = 955\ N = \text{peso di } 95.5\ kg$$

Esempio 6.3, 6.4

Esercizi 6.1, 6.7

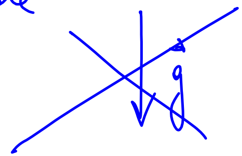
Gas perfetti



atomi o molecole non interagiscono tra loro

Solo energia cinetica $K = \frac{mv^2}{2}$

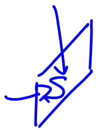
non energia potenziale



Legge dei gas perfetti G

V = volume occupato dal gas

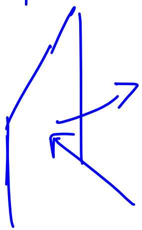
p = pressione



$$\begin{cases} pV = nRT \\ pV = Nk_B T \end{cases}$$

urti in Δt

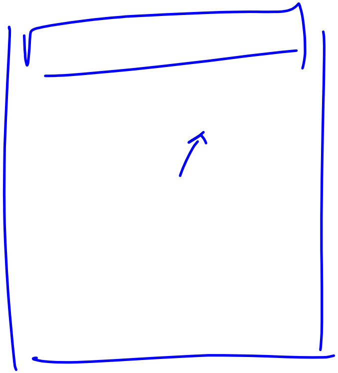
$\vec{F} = \frac{N_U \Delta \vec{p}}{\Delta t}$



$\Delta \vec{p}$ urto tra particella e muro

variazione di impulso per singolo urto

T è la temperatura, che è una misura dell'energia cinetica media delle molecole

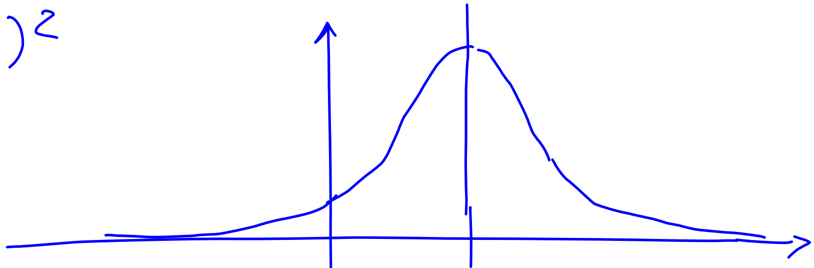


distribuzione di velocità

Gaussiana $\quad y = A e^{-ax^2}$

$a > 0$

$$e^{-a(v-v_m)^2}$$



v_m dipende da T

$$v = \sqrt{\frac{2K_B T}{m}}$$ è la velocità più probabile

m = massa della molecola di gas

$$\frac{mv^2}{2} = K_B T$$

T si misura in gradi Kelvin $°K$

$$V_m = \sqrt{\frac{3K_B T}{m}} \qquad \frac{m V_m^2}{2} = \frac{3 K_B T}{2}$$

K_B = costante di Boltzmann $= 1{,}381 \cdot 10^{-23} \frac{J}{K°}$

$T = 0 \Rightarrow$ tutte le particelle del gas sono ferme

zero assoluto

gradi Celsius °C

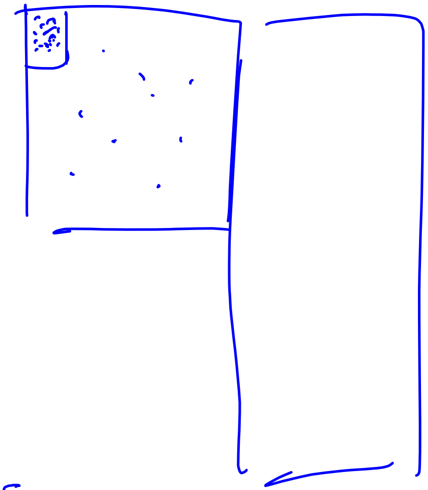
0 assoluto $T = 0\,°K = -273\,°C$

$$T_{Celsius} = T_{Kelvin} - 273$$

$$-273 = 0 - 273$$

$$0\,°C = 273\,°K$$

$$pV = N k_B T = nRT$$



N = numero delle molecole del gas

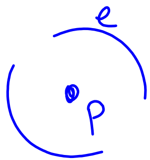
$$nR = N k_B \qquad R = 8.315 \frac{J}{°K}$$

n = # di moli del gas

1 mole = quantità di gas che ha massa in grammi uguale numericamente al numero di massa delle molecole

di massa di un atomo = $\underbrace{\#\text{ dei protoni} + \#\text{ dei neutroni}}_{\text{nucleoni}}$

H idrogeno

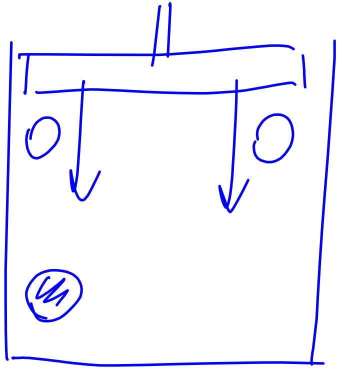


C carbonio 12   6 protoni   6 neutroni

1 mole = N_A di molecole

N_A = # di Avogadro $= 6.022 \cdot 10^{23}$

$pV = nRT$

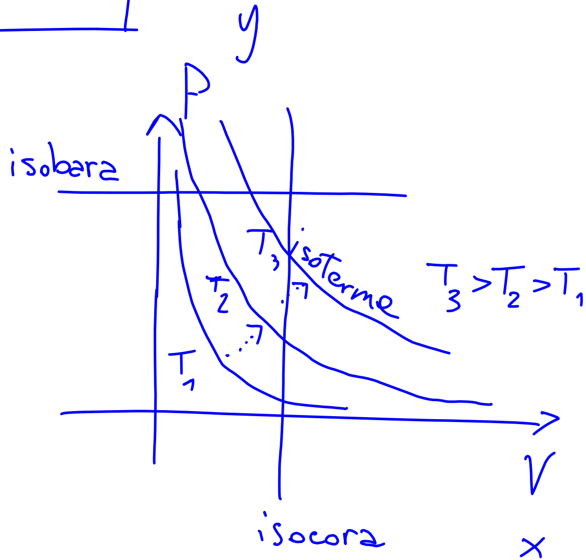


Trasformazioni (n = costante)

1) isocore : V = costante

2) isobare : p = costante

3) isoterme : T = costante



3) : pV = costante

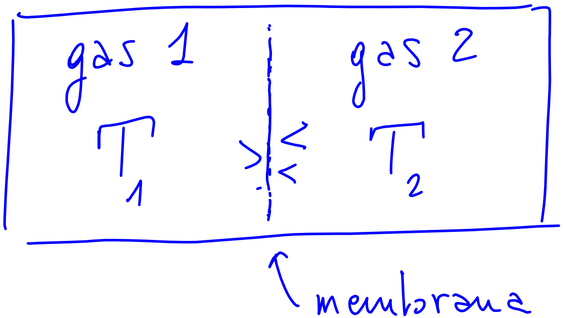
yx = costante

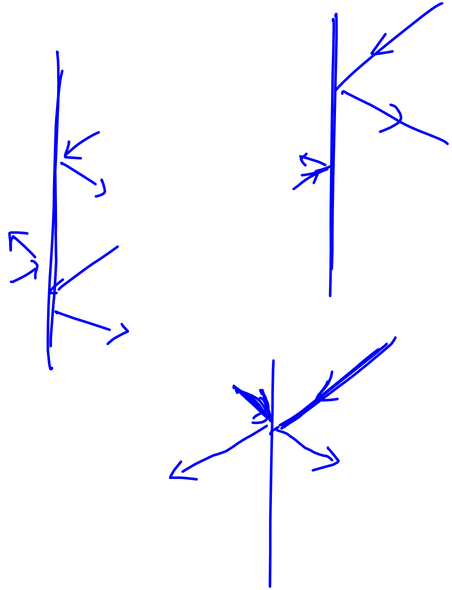
1)

$$p = \frac{nR}{V} T$$: retta nel piano pT

costante

$$T = \left(\frac{V}{nR}\right) p$$





Se $T_1 \neq T_2$ si dice che siamo fuori dall'equilibrio (termico)

Dopo un certo tempo le temperature diventano uguali: si raggiunge l'equilibrio termico

Il calore Q è la quantità di energia scambiata da un sistema con l'ambiente esterno o altro sistema a causa di una differenza di temperatura

Termodinamica

Primo principio

Ogni sistema possiede un'energia interna E, E_{int}

e la variazione infinitesima δE_{int} di energia

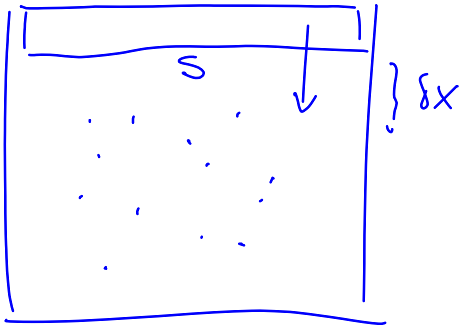
interna è la somma dE_{int}

tra il calore δQ fornito dall'esterno e il

lavoro δL fatto dalle forze esterne sul sistema

$$\delta E_{int} = \delta Q + \delta L$$

Gas



p = pressione

$F_{esterna} = -pS$

("peso del pistone")

$$\delta L = F_{ext}\,\delta x = -pS\,\delta x$$

$$= \underline{\underline{-p\,\delta V}}$$

$$dL = -p\,dV$$

$$\delta E_{int} = \delta Q - p\,\delta V$$

Gas perfetti: energia cinetica totale di tutte le molecole del gas

$$\overline{K} = \frac{m}{2}\overline{v^2} = \frac{3}{2}K_B T$$

$$E_{int} = \frac{3}{2}N K_B T = \frac{3}{2}nRT$$ se il gas è monoatomico

$$E_{int} = \frac{5}{2}nRT$$ se il gas è biatomico

Trasformazioni adiabatiche: sono quelle che avvengono senza scambio di calore coll'esterno: $\delta Q = 0$

$$pV = nRT \qquad \delta Q = 0$$

$$\delta E_{int} = \cancel{\delta Q} - p\,\delta V = -p\,\delta V$$

E_{int} dipende solo da T

$$E_{int} = c\,T \qquad c = \text{costante}$$

$$\delta E_{int} = c\,\delta T = -p\,\delta V$$

$$T = T(V) \qquad p = p(V)$$

$$c\,\frac{\delta T}{\delta V} = -p \qquad \frac{dT}{dV} = -\frac{p}{c}$$

$$T = \frac{pV}{nR} \qquad \frac{dT}{dV} = \frac{1}{nR}\left(\frac{dp}{dV}V + p\right) = -\frac{p}{c}$$

$$\frac{dp}{dV}V + p = -\frac{nR}{c}p$$

$$\frac{dp}{dV}V = -\underbrace{\left(1+\frac{nR}{c}\right)}_{\equiv \gamma}p \qquad \text{divido per } pV$$

$$\frac{1}{p}\frac{dp}{dV} = -\left(1+\frac{nR}{c}\right)\frac{1}{V}$$

$$V = x \quad p(V) = f(x) \qquad \frac{f'(x)}{f} = -\gamma\frac{1}{x}$$

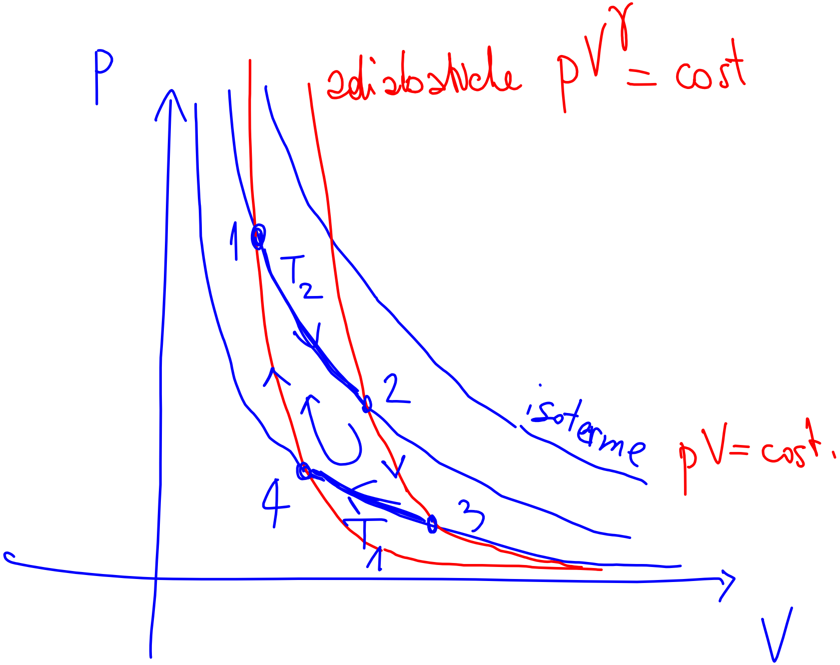
$$\frac{f'}{f} = \frac{d}{dx}(\ln f) \qquad \frac{1}{x} = \frac{d \ln x}{dx}$$

$$\frac{d}{dx}\left(\ln f(x)\right) = -\gamma \frac{d}{dx}(\ln x) = \frac{d}{dx}(-\gamma \ln x)$$

$$\ln f(x) = -\gamma \ln x + \text{cost}$$

$$f(x) = K x^{-\gamma} \qquad \underline{K = \text{cost}}$$

$$p = K V^{-\gamma} \qquad p V^{\gamma} = \text{costante} = K$$



Ciclo di Carnot:

$1 \to 2 \to 3 \to 4 \to 1$:

due isoterme

$(1 \to 2,\ 3 \to 4)$ +

due adiabatiche

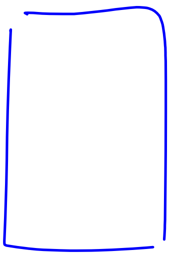
$(2 \to 3,\ 4 \to 1)$

Secondo principio della termodinamica

1. Kelvin Non può esistere una macchina che trasformi calore in lavoro (operando ciclicamente) assorbendo il calore da <u>un solo</u> termostato

Termostato: sistema che mantiene costante la temperatura

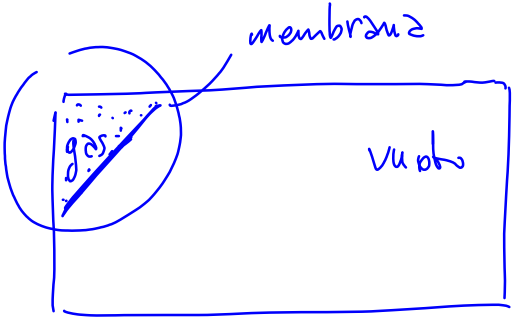
Clausius: non è possibile che il calore passi spontaneamente (senza lavoro esterno) da un oggetto più freddo a uno più caldo



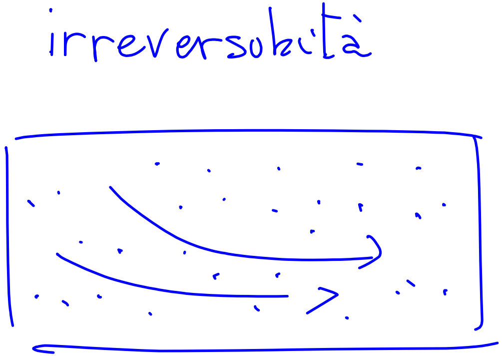
Frigorifero

3ª formulazione: l'entropia di un sistema isolato non può mai diminuire

L'entropia è "una misura del disordine di un sistema"



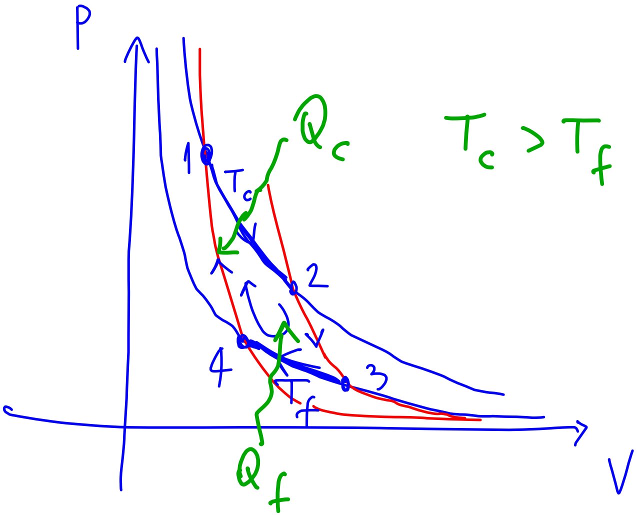
ordine



disordine

Lemma della ricorrenza di Poincaré

Un sistema isolato torna infinite volte arbitrariamente vicino alla configurazione iniziale



$T_c > T_f$

Ciclo di Carnot:

$1 \to 2 \to 3 \to 4 \to 1$:

due isoterme ($1 \to 2$, $3 \to 4$) +

due adiabatiche ($2 \to 3$, $4 \to 1$)

Gas perfetto

$$\delta Q = 0 \quad \text{in} \quad 2 \to 3 \quad \text{e} \quad 4 \to 1$$

$$\delta E_{int} = 0 \quad \text{in} \quad 1 \to 2 \quad \text{e} \quad 3 \to 4$$

perché $E_{int} = E_{int}(T)$

Vale

$$\delta E_{int} = \delta Q + \delta L$$ in tutti i passaggi

Nel ciclo, in totale,

$$\Delta E_{int} = Q + L$$

è zero

perché è un ciclo completo e quindi si torna alla configurazione iniziale

calore totale assorbito nel ciclo dall'esterno

lavoro totale fatto dalle forze esterne

Pertanto: $Q + L = 0$

$Q = -L =$ lavoro fatto dalla macchina $= L_{mach}$

Si può dimostrare che il rendimento di un ciclo di Carnot è

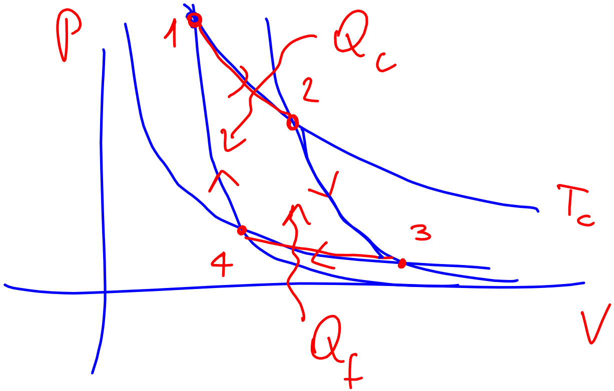
$$(T_c > T_f)$$

$$\eta_c = 1 - \frac{T_f}{T_c} < 1$$

e una macchina reale non può avere un rendimento superiore a η_c.

$$\text{Rendimento} = \frac{\text{lavoro utile compiuto dalla macchina}}{\text{energia spesa}}$$

$$= \frac{L_{mach}}{Q_1} = \frac{Q}{Q_1}$$



isoterma $1 \to 2$

$$pV = nRT_c$$

$$\delta E_{int} = \delta Q + \delta L = 0$$

$$\delta Q = -\delta L = p\,\delta V = \frac{nRT_c}{V}\,\delta V$$

$$\delta L = -p\,\delta V \qquad dQ = nRT_c \frac{dV}{V}$$

$$Q_c = \int_1^2 dQ = \int_1^2 nRT_c \frac{dV}{V} = nRT_c \int_1^2 \frac{dV}{V} =$$

$$= nRT_c \left[\ln V\right]_1^2 = nRT_c\left(\ln V_2 - \ln V_1\right) =$$

$$= nRT_c \ln \frac{V_2}{V_1}$$

adiabatica $2 \to 3$ $\qquad$ $\delta E_{int} = \cancel{\delta Q} + \delta L$

$$\delta E_{int}^{2\to3} = \delta L^{2\to3}_{adiabatica}$$

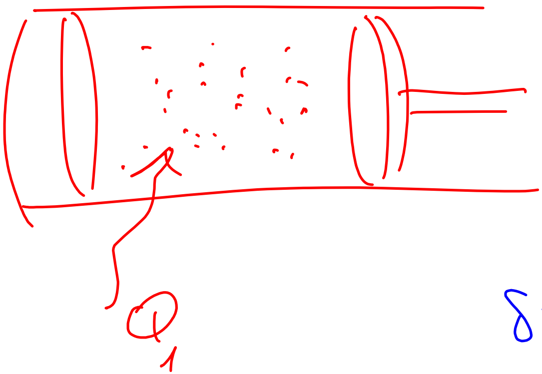
isoterma $3 \to 4$ $\qquad$ $Q_f = nRT_f \ln \frac{V_4}{V_3}$

adiabatica $4 \to 1$ $\qquad$ $\delta E_{int}^{4\to1} = \delta L^{4\to1}_{adiabatica}$

i due lavori delle adiabatiche si compensano perché

$$\delta E_{int}^{2\to3} = - \delta E_{int}^{4\to1}$$

Q



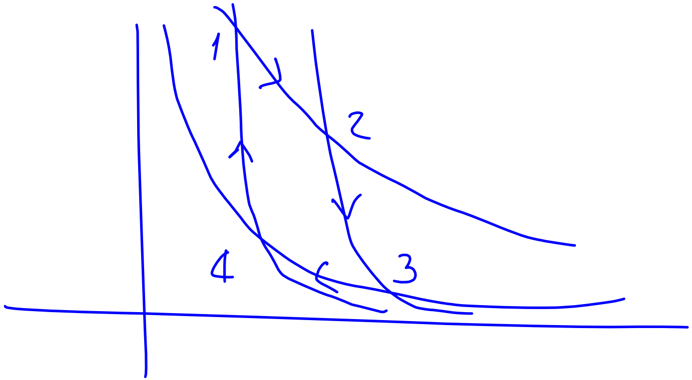
perché E_{int} dipende solo dalla temperatura e la prima adiabatica fa scendere T da T_c a T_f, mentre la seconda la fa risalire da T_f a T_c

$$\eta = \frac{Q_c + Q_f}{Q_c} = \frac{\cancel{n}\cancel{R} T_c \ln \frac{V_2}{V_1} + \cancel{n}\cancel{R} T_f \ln \frac{V_4}{V_3}}{\cancel{n}\cancel{R} T_c \ln \frac{V_2}{V_1}}$$

$$= 1 - \frac{T_f}{T_c} \frac{\ln \frac{V_3}{V_4}}{\ln \frac{V_2}{V_1}} = 1 - \frac{T_f}{T_c} \text{, perché}$$

$$\frac{V_4}{V_3} = \frac{V_2}{V_1}$$

$$pV = nRT$$



$1 \to 2$ isoterma $\qquad p_1 V_1 = p_2 V_2$

$2 \to 3$ adiabatica $\qquad p_2 V_2^\gamma = p_3 V_3^\gamma$

$3 \to 4$ isoterma $\qquad p_3 V_3 = p_4 V_4$

$4 \to 1$ adiabatica. $\qquad p_4 V_4^\gamma = p_1 V_1^\gamma$

moltiplico tutto: $\cancel{p_1}\cancel{p_2}\cancel{p_3}\cancel{p_4} V_1 V_2^\gamma V_3 V_4^\gamma = \cancel{p_1}\cancel{p_2}\cancel{p_3}\cancel{p_4} V_1^\gamma V_2 V_3^\gamma V_4$

$$V_1 V_2^{\gamma} V_3 V_4^{\gamma} = V_1^{\gamma} V_2 V_3^{\gamma} V_4$$

$$V_2^{\gamma-1} V_4^{\gamma-1} = V_1^{\gamma-1} V_3^{\gamma-1} \qquad (V_2 V_4)^{\gamma-1} = (V_1 V_3)^{\gamma-1}$$

$$V_2 V_4 = V_1 V_3 \qquad \frac{V_2}{V_1} = \frac{V_3}{V_4}$$

Esempio 8.5 Una macchina termica assorbe $Q_c = 5 \cdot 10^3\,J$ in un ciclo e trasferisce $Q_f = 3.5 \cdot 10^3\,J$ a un serbatoio freddo

a) calcolare il lavoro utile

b) calcolare il rendimento η

$L = Q_c - Q_f$ lavoro utile

$$\eta = \frac{\text{Lavoro utile}}{\text{energia spesa}} = \frac{Q_c - Q_f}{Q_c} = 1 - \frac{Q_f}{Q_c} =$$

$$= 1 - \frac{3.5}{5} = 1 - \frac{\cancel{35}^{7}}{\cancel{50}_{10}} = 1 - 0.7 = 0{,}3$$

$$= 30\%$$

$L = 1500\ J$

Esempio 8.6

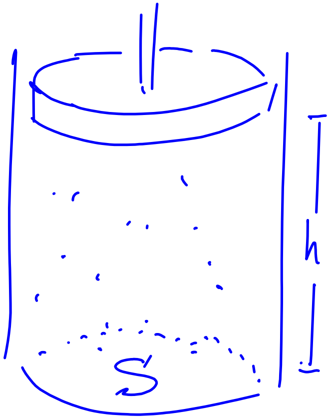
macchina a vapore : temperatura caldaia $T_c = 600\,°K$

temperatura di scarico dell'aria: $T_f = 295\,°K$

Qual è il rendimento massimo (se la macchina fosse un ciclo di Carnot con un gas perfetto)?

$$\eta = 1 - \frac{T_f}{T_c} = 1 - \frac{295}{600} = 0.51 = 51\,\%$$

Esempio 7.1



gas ideale

isoterma a $T = 300\,°K$ costante

pressione iniziale $p_i = 100\ kP_a$

$h_i = 20$ cm

A quale altezza h_f la pressione viene portata a $p_f = 150\ kP_a$

$$pV = nRT$$

$$p_i V_i = p_f V_f$$

$$p_i \cancel{S} h_i = p_f \cancel{S} h_f$$

$$h_f = \frac{P_i}{P_f} h_i = \frac{\overset{2}{\cancel{100}} \cancel{kPa}}{\underset{3}{\cancel{150}} \cancel{kPa}} 20 \text{ cm} = 13.3 \text{ cm}$$

Esempio 7.2

isobara ($p =$ costante) gas ideale

$V_i = 4$ litri $T_i = 20\,°C = 293\,°K$

Calcolare V_f se si porta la temperatura

a $T_f = 110\,°C = 383\,°K$

$pV = nRT$ divido per p e T

$$\frac{V}{T} = \frac{nR}{p} = \text{costante}$$

$$\frac{V_i}{T_i} = \frac{V_f}{T_f} \qquad V_f = \frac{T_f}{T_i} V_i = \frac{383\ \cancel{°K}}{293\ \cancel{°K}}\ 4\ \text{litri} =$$

$$= 5.2\ \text{litri}$$

Esercizio 7.1 O_2 lo trattiamo come un gas perfetto

peso molecolare di O_2 = 32

1 mole di O_2 pesa 32 grammi

Trovare la densità del gas ai seguenti valori di T e P:

T	P
0 °C	1 atm
0 °C	10 atm
100 °C	1 atm
100 °C	0.1 atm

$$pV = nRT \qquad \frac{n}{V} = \frac{P}{RT}$$

densità $\rho = \dfrac{\text{massa}}{\text{volume}} = \dfrac{n \cdot 32\,gr}{V} =$

$$= \frac{P}{RT} \cdot 32\,gr$$

$$R = 8.315 \frac{J}{°K \cdot mole} = 0.082 \frac{\text{litro} \cdot \text{atm}}{°K \cdot mole}$$

T	P	$\rho\left(\frac{gr}{cm^3}\right)$
(1) 0°C	1 atm	$1.4\cdot10^{-3}$
0°C	10 atm	$1.4\cdot10^{-2}$
(3) 100°C	1 atm	$1.04\cdot10^{-3}$
100°C	0.1 atm	$1.04\cdot10^{-4}$

$$\rho = \frac{P}{RT}\, 32\,gr$$

$$\frac{1\,\cancel{atm}\cdot\cancel{°K}}{0.082\cdot litri\cdot\cancel{atm}\cdot 273\,\cancel{°K}}\, 32\,gr =$$

$$= \frac{32}{0.082\cdot273}\cdot\frac{gr}{litro} =$$

$$= \frac{32}{0.082\cdot273}\,\frac{gr}{(10\,cm)^3} =$$

$$= 1.4\cdot10^{-3}\,\frac{gr}{cm^3}$$

(3) 0°C = 273 °K

100 °C = 373 °K

moltiplico T per $\frac{373}{273}$ rispetto al caso (1)

moltiplico ρ per $\frac{273}{373}$

Esempio 8.1 gas perfetto

$p_i = 0{,}25 \cdot 10^5 \ Pa$ $\qquad$ $p_f = 1{,}2 \cdot 10^5 \ Pa$

$V_i = 12 \ m^3$ $\qquad$ $V_f = 2.5 \ m^3$

Calcolare il lavoro fatto dalle forze esterne in due casi:

a) andare da (i) a (f) a temperatura costante

$p_i V_i = p_f V_f$ $\qquad$ $pV = nRT$ $\qquad$ $p = \frac{nRT}{V}$

$dL = -p \, dV$ $\qquad$ $L = \int_i^f dL = -\int_i^f p \, dV =$

$$= -nRT\int_i^f \frac{dV}{V} = -\underbrace{nRT}_{=p_iV_i} \ln\frac{V_f}{V_i} =$$

$$= -p_iV_i \ln\frac{V_f}{V_i} =$$

$$= -0.25\cdot 10^5\ Pa \cdot 12\ m^3 \ln\frac{2.5\ \cancel{m^3}}{12\ \cancel{m^3}}$$

$$= 470585\ J$$

$Pa \cdot m^3 = \text{Joule}$

b) fare due passaggi : isobara + isocora

$$\begin{array}{ccccc} p_i & \xrightarrow{\text{costante}} & \overset{A}{p_i} & & p_f \\ V_i & & V_f & \xrightarrow{\text{costante}} & V_f \\ & L_1 & & L_2 & \end{array}$$

$$L_2 = 0 = -\int_A^f p\,dV = 0$$

non c'è variazione di volume nel passaggio 2

$$dL = -p\,dV$$

$$L_1 = -\int_i^A p\,dV = -p_i \int_{V_i}^{V_f} dV = -p_i\left(V_f - V_i\right)$$

$$L_b = L_1 + L_2 = L_1 = -p_i\left(V_f - V_i\right) = -0.25 \cdot 10^5\ Pa \cdot (2.5 - 12)\,m^3 = 237500\ J$$

$$\frac{L_a}{L_b} = \frac{470585 \cancel{J}}{237500 \cancel{J}} = 1{,}98$$

Una mole di gas perfetto è contenuta in un recipiente di volume V = 1 litro. Qual'è la sua pressione a temperatura ambiente ($T = 300\,°K$)?

$$pV = nRT \qquad n = 1 \qquad 1 \text{ litro} = (1\,dm)^3 = (0.1\,m)^3 = 10^{-3}\,m^3$$

$$p = \frac{nRT}{V} = \frac{1 \cdot 8.3144\, J}{\cancel{°K}} \; \frac{300\, \cancel{°K}}{1 \text{ litro}} = \frac{8.3144 \cdot 300}{10^{-3}} \, \frac{J}{m^3} =$$

$$= 2.5 \cdot 10^6 \ Pa$$

Se riscaldo il gas a pressione costante fino a portarlo alla temperatura $T' = 400\,°K$, quale sarà il volume finale V' del gas?

$$pV = nRT \qquad \frac{V}{T} = \frac{nR}{p} = \text{costante}$$

$$\frac{V}{T} = \frac{V'}{T'} \qquad V' = \frac{T'}{T} V = \frac{4\cancel{0}\cancel{0}\ \cancel{°K}}{3\cancel{0}\cancel{0}\ \cancel{°K}} 1 \text{ litro} =$$

$$= 1.\overline{3} \text{ litri}$$

L'espansione fa guadagnare lavoro. Quanto ?

$$dL = -p\,dV$$

$$L = \int_i^f dL = -\int_i^f p\,dV = -p\int_i^f dV =$$

$$= -p\,(V_f - V_i) =$$

$$= -2.5\cdot 10^6\ \mathrm{Pa}\ (1.\overline{3}\ \text{litri} - 1\ \text{litro}) =$$

$$= -2.5\cdot 10^6\ 0.\overline{3}\ \mathrm{Pa}\ \text{litri} =$$

$$= -2.5\cdot 10^6 \cdot 0.\overline{3}\ \underbrace{\mathrm{Pa}}\ \underbrace{10^{-3}\,m^3} = -833\ \mathrm{J}$$

4.1 Le forze
4.2 Il momento di una forza
4.3 Condizioni di equilibrio traslazionale e rotazionale
4.4 Composizione di forze parallele: il baricentro

5.1 Forze e campi di forza
5.2 Lavoroed energia
5.3 Energia cinetica e teorema dell'energia cinetica
5.4 Energia potenziale e forze conservative
5.5 Conservazione dell'energia meccanica
5.7 Potenza e rendimento

6.1 Equilibrio di un fluido
6.2 Misura della pressione
6.5 Dinamica dei fluidi perfetti
6.6 Regime laminare e regime turbolento
6.7 Idrodinamica della circolazione del sangue

7.2 Legge dei gas perfetti
7.3 Leggi dei gas reali (cenni)

8.1 Sistema e stato termodinamico
8.2 Trasformazioni termodinamiche
8.3 Lavoro in termodinamica
8.4 Calore e temperatura. Principio zero
8.5 Energia interna. Calore e primo principio della termodinamica
8.7 Capacità termica e calori specifici
8.8 Trasformazioni di stato e calori latenti
8.9 Secondo principio della termodinamica

10.1 Perturbazioni e modello ondulatorio
10.2 Legge di propagazione delle onde
10.3 Interferenza delle onde
10.4 Onde stazionarie

11.1 Natura della luce e principio di Huigens
11.2 Leggi della riflessione e rifrazione
11.3 La dispersione della luce e il prisma
11.4 Il diottro
11.5 Le lenti sottili

12.1 Microscopio e ingrandimento (primi paragrafi)

13.2 La carica elettrica
13.3 La legge di Coulomb. Princ. di sovrapposizione
13.4 Il campo elettrico. Linee di campo+Esempio 13.5

Paragrafi 13.6 13.8 13.9 13.10 13.11

Due corpi a contatto si scambiano calore fino ad uguagliare le loro temperature

La quantità di calore Q assorbita da un corpo è proporzionale alla sua massa m e alla variazione di temperatura

$$Q = C\, m\, (T_f - T_i)$$

temperatura iniziale

calore specifico

temperatura finale

Cm si chiama capacità termica

$$C = \frac{Q}{m\,\Delta T} \cdots\cdots\to \frac{J}{kg \cdot °C}$$

1 caloria = quantità di calore assorbita da 1 gr d'acqua a 14.5 °C per innalzare la sua temperatura di 1 °C = 4,18 J

⇓

calore specifico dell'acqua in calorie:

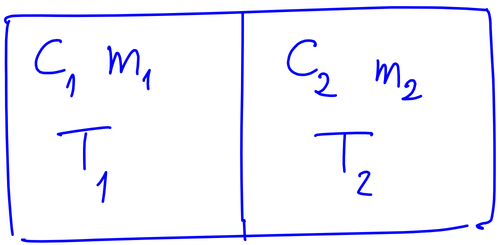
$$C_{H_2O} = 1 \frac{cal}{gr \cdot °C}$$

Esempi

	$C \left(\frac{J}{kg \cdot °C} \right)$	
oro	129	
alluminio	900	
ferro	448	
ghiaccio	2090	a −5 °C
acqua	4186	a 15 °C

Nei gas vale una legge simile, ma occorre distinguere un calore specifico C_p a pressione costante e uno C_v a volume costante

Calcoliamo la temperatura di equilibrio T_f



$$Q_1 = c_1 m_1 (T_f - T_1)$$

quantità di calore assorbita dal corpo 1

T_f = temperatura finale di equilibrio

$$Q_2 = C_2 m_2 (T_f - T_2)$$

$$Q_1 + Q_2 = 0$$

$$0 = Q_1 + Q_2 = c_1 m_1 (T_f - T_1) + c_2 m_2 (T_f - T_2) =$$

$$= T_f (c_1 m_1 + c_2 m_2) - c_1 m_1 T_1 - c_2 m_2 T_2$$

$$T_f = \frac{c_1 m_1 T_1 + c_2 m_2 T_2}{c_1 m_1 + c_2 m_2}$$

Esercizio 8.4

a 1 litro d'aqua a 70°C viene aggiunto $\frac{1}{2}$ litro d'acqua a 300°C. Trovare la temperatura di equilibrio

$m = \rho V \qquad \rho = \frac{1\,\text{Kg}}{1\,\text{litro}}$

$$T_f = \frac{\cancel{c_{H_2O}}\, m_1 T_1 + \cancel{c_{H_2O}}\, m_2 T_2}{\cancel{c_{H_2O}}\, m_1 + \cancel{c_{H_2O}}\, m_2} =$$

$$= \frac{\cancel{\rho} V_1 T_1 + \cancel{\rho} V_2 T_2}{\cancel{\rho} V_1 + \cancel{\rho} V_2} = \frac{V_1 T_1 + V_2 T_2}{V_1 + V_2} =$$

$$= \frac{1\,\cancel{l} \cdot 343\ °K + \frac{1}{2}\,\cancel{\text{litro}} \cdot 573\ °K}{\frac{3}{2}\,\cancel{\text{litro}}} = \frac{343 + \frac{573}{2}}{\frac{3}{2}}\ °K =$$

$$= \frac{2 \cdot 343 + 573}{3}\ °K =$$

$$= 419\ °K = 146.7\ °C$$

$$T_1 = 70\ °C = 343\ °K$$

$$T_2 = 300\ °C = 573\ °K$$

$$T_f = \frac{V_1 T_1 + V_2 T_2}{V_1 + V_2}$$

$$\underset{°K}{T} = \underset{°C}{t} + 273$$

$$\downarrow$$

$$t_f + 273 = \frac{V_1 (t_1 + 273) + V_2 (t_2 + 273)}{V_1 + V_2} = \frac{V_1 t_1 + V_2 t_2}{V_1 + V_2} + 273$$

$$t_f = \frac{V_1 t_1 + V_2 t_2}{V_1 + V_2}$$

Cambiamenti di stato
(transizioni di fase)

solido
liquido
gassoso

K = Calore latente di fusione   solido $\rightarrow$ liquido

di evaporazione   liquido $\rightarrow$ gassoso

H_2O a $^\circ C$ può essere sia liquida che gassosa

a $100^\circ C$ può essere sia liquida che vapore

$$Q = K \cdot m$$

$\uparrow$ calore assorbito nella transizione

K è circa costante nella fusione

K decresce colla temperatura nella evaporazione ghiaccio ----> acqua $K = \frac{80 \text{ cal}}{\text{gr}}$

	K_{fusione} (J/Kg)	temp fusione	temp. evapor.
oro:	$6.14 \cdot 10^4$	(1063 °C)	2660 °C
alluminio:	$3.97 \cdot 10^5$	(660 °C)	2450 °C

Esercizio 8.5

Un pezzo di metallo ha massa $m = 2$ Kg e

$C = 0.08 \frac{\text{cal}}{\text{gr} \cdot °C}$ Quanto calore devo fornire

per elevare la sua temperatura di 10 °C ?

$$Q = C\,m\,\Delta T = 0.08 \frac{\text{cal}}{\cancel{\text{gr}} \cdot \cancel{°C}}\; 2000\,\cancel{\text{gr}} \cdot 10\,\cancel{°C} =$$

$\Delta T = 10\,°C$

$$= 8 \cdot 200\ \text{cal} = 1.6\ \text{Kcal}$$

Esercizio 8.6

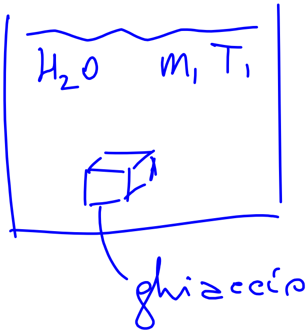
acqua liquida a $T_1 = 20\,°C = 293\,°K$

$V_1 = 10$ litri

aggiungo $m_2 = 1$ kg di ghiaccio a $T_2 = °C = 273\,°K$

Trovare la temperatura T_f di equilibrio

$$C = \frac{1\ \text{cal}}{\text{gr} \cdot °C} \qquad K = \frac{80\ \text{cal}}{\text{gr}}$$



$$Q_{fusione} = K \cdot m_2 =$$

$$= \frac{80\ cal}{\cancel{gr}}\ 1000\ \cancel{gr} = 80\ Kcal$$

Kilo 10^3 mille

mega 10^6 1 milione

giga 10^9 1 miliardo

$Q_{fusione}$ abbassa la temperatura dell'acqua in cui è immerso il ghiaccio fino a T_1'

$$Q_{fusione} = c\, m_1 \underbrace{(T_1 - T_1')}\, = c\, m_1 \Delta T_1$$

$$\Delta T_1 = \frac{Q_{fusione}}{c \cdot m_1} = \frac{8\cancel{0} \cdot \cancel{10^3}\ \cancel{cal} \cdot \cancel{gr} \cdot {}^\circ C}{1\ \cancel{cal} \cdot 1\cancel{0} \cdot \cancel{10^3}\ \cancel{gr}} =$$

$$= 8\ {}^\circ C$$

$$T_1' = T_1 - \Delta T_1 = 20\ {}^\circ C - 8\ {}^\circ C = 12\ {}^\circ C$$

$$T_f = \frac{V_1 T_1' + V_2 T_2}{V_1 + V_2} = \frac{10 \cdot 12 + 1 \cdot 0}{11}\ {}^\circ C$$

$$= \frac{120}{11}\ {}^\circ C \simeq 11\ {}^\circ C$$

Esercizio 8.1

Consideriamo la fusione di 2Kg di ghiaccio

Si trova che richiede 160 Kcal = Q

Calcolare il calore latente K e la variazione

ΔE_{int} di energia interna E_{int}

$$Q = K m \qquad K = \frac{Q}{m} = \frac{160\ \cancel{K}cal}{2 \cdot \cancel{K}gr} = 80\ \frac{cal}{gr}$$

1° principio della termodinamica:

$$\delta E_{int} = \delta Q + \delta L$$

Se δL è trascurabile

$$\Delta E_{int} = Q = 160\ Kcal$$

Esercizio 8.2

Calcolare ΔL, sapendo che nella fusione c'è una diminuzione di volume dell' 8.3 % a $p = 1$ atm = costante

$$dL = -p\,dV \qquad L = \int_{V_i}^{V_f} dL = -\int_{V_i}^{V_f} p\,dV =$$

$$= -p \int_{V_i}^{V_f} 1 \cdot dV = -p\,(V_f - V_i) = 0.083\,p \cdot V_i$$

$V_i \simeq 2$ litri $\qquad V_f = V_i\,(1 - 0.083)$

$$V_f - V_i = -0.083\,V_i$$

$$L = 0.083 \cdot 1\ atm \cdot 2 \cdot \frac{m^3}{10^3}$$

$$1\ atm = 1.013 \cdot 10^5\ Pa \qquad 1\ J = Pa \cdot m^3$$

$$L = 0.083 \cdot 1.013 \cdot 10^{\cancel{5}\,2} \cdot \frac{2}{\cancel{10^3}}\ J =$$

$$= 16.8\ J = \frac{16.8}{4.18}\ cal \simeq 4\ cal$$

$$1\ cal = 4.18\ J$$

Quindi L è effettivamente trascurabile rispetto al calore di fusione Q

Quanto calore Q occorre fornire a un cubetto di ghiaccio di volume $V = 0.2\ dl$ (a T = °C) per scioglierlo?

$$Q = K m = \frac{80\ cal}{\cancel{gr}} \cdot 200\ \cancel{gr} = 16\ Kcal$$

$$K = \frac{80\ cal}{gr} \qquad \rho \sim \frac{1\ Kg}{1\ litro} = \frac{1\ Kg}{1\ dl}$$

$$m = \rho V = \frac{1\ Kg}{\cancel{dl}} \cdot 0.2\ \cancel{dl} = 0.2\ Kg$$

Un cubetto di ghiaccio di $l = 2\ cm$ di lato è immerso in un bicchiere d'acqua a temperatura ambiente ($T = 300\ °K$)

- Calcolare la massa m del cubetto

$$m = \rho\, l^3 = \frac{1\ Kg}{10^3\ \cancel{cm^3}}\ 8\ \cancel{cm^3} = 8\ gr$$

- Calcolare il calore Q assorbito dall'acqua nella fusione

$$Q = K\, m = \frac{80\ cal}{\cancel{gr}} \cdot 8\ \cancel{gr} = 640\ cal$$

- Se l'acqua nel bicchiere ha volume $V = 1\ dl$ di quanto scende la sua temperatura quando cede il calore Q ?

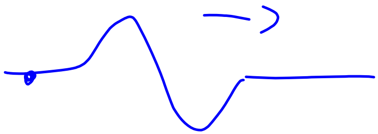
$$Q = c\, m\, \Delta T$$

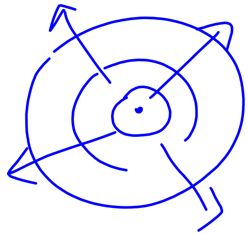
massa dell'acqua che stava già nel bicchiere

$$Q = \frac{1\ cal}{\cancel{gr}\ ^\circ C} \cdot \Delta T \cdot 100\ \cancel{gr} = 640\ cal$$

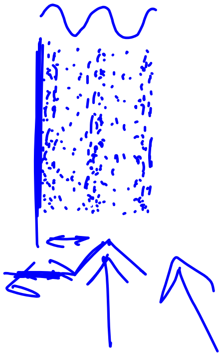
$$\Delta T = \frac{640\ \cancel{cal}}{100\ \cancel{cal}}\ ^\circ C = 6.4\ ^\circ C$$

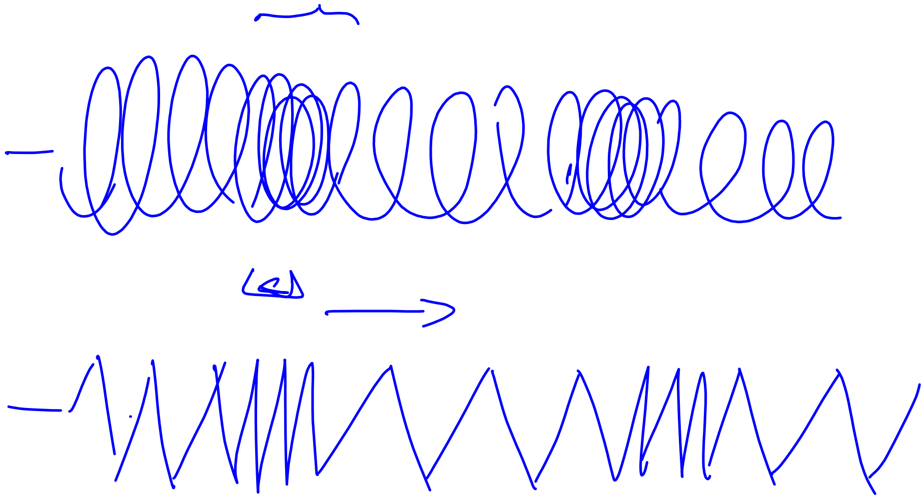
Onde

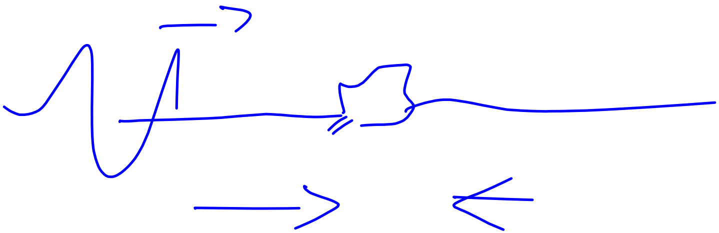


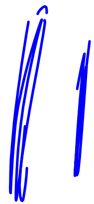


onde sonore









Tutte le onde sono descritte da una funzione $\boxed{f(x - vt)}$

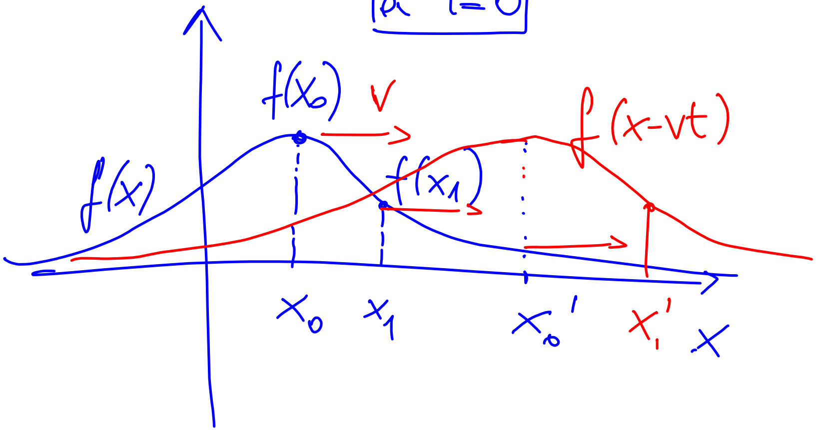
onda che si sposta in avanti con velocità v

x = coordinata spaziale

t = tempo

v = velocità dell'onda

a $t=0$



$t>0$

$$f(x_0) = f(x_0' - vt)$$

$$x_0 = x_0' - vt$$

$$x_0' = x_0 + vt$$

$f(x+vt)$ onda che viaggia all'indietro con velocità v

onde sonore : $v = 340 \frac{m}{s}$

onde elettromagnetiche (luce) (e gravitazionali)

$c = 300\,000 \frac{km}{s}$

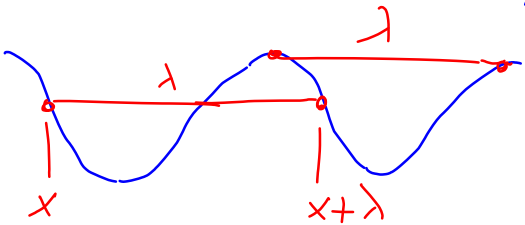
velocità massima possibile in natura

moto naturalmente accelerato

$v(t) = v_0 + at$ $a =$ costante

Un'onda sinusoidale è una $f(x-vt)$ particolare dove $f(u) = A \operatorname{sen}(au+b)$

A, a, b sono delle costanti



A = ampiezza dell'onda

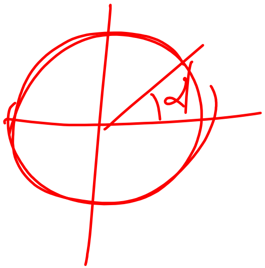
$a = \frac{2\pi}{\lambda}$ $\quad \lambda$ = lunghezza d'onda

$$f(x-vt) = A \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi}{\lambda}(x-vt)+b\right)$$

x e $x+\lambda$ danno la stessa f :

$$f(x+\lambda-vt) = A \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi}{\lambda}(x+\lambda-vt)+b\right) =$$

$$= A \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi}{\lambda}(x-vt)+b+2\pi\right)$$



$$= A \operatorname{sen}(B+2\pi) = A \operatorname{sen} B =$$

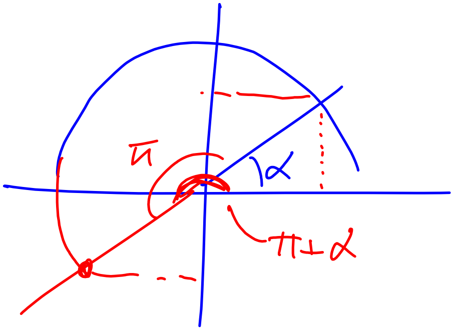
$$= f(x-vt)$$

x e $x+n\lambda$ hanno la stessa f

n intero qualunque

$b = \varphi$ si chiama fase dell'onda

$$\text{sen}(\alpha + \pi) = -\text{sen}\,\alpha$$



$$\cos\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \text{sen}\,\alpha$$

$$-\text{sen}\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) = \text{sen}\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos\alpha$$

$$\text{sen}\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) = -\cos\alpha$$

$$\text{sen}(-x) = -\text{sen}(x)$$

$t \longrightarrow t + T$ $\quad f$ non cambia

T si chiama periodo

$$A \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi}{\lambda}(x - vt) + \varphi\right) =$$

$$= A \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi}{\lambda}\big(x - v(t + T)\big) + \varphi\right) =$$

$$= A \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi}{\lambda}(x - vt) + \varphi - \frac{2\pi}{\lambda} v T\right)$$

$\frac{v}{\lambda} T = 1 \qquad T = \frac{\lambda}{v} \qquad Hz = \frac{1}{s}$ Hertz

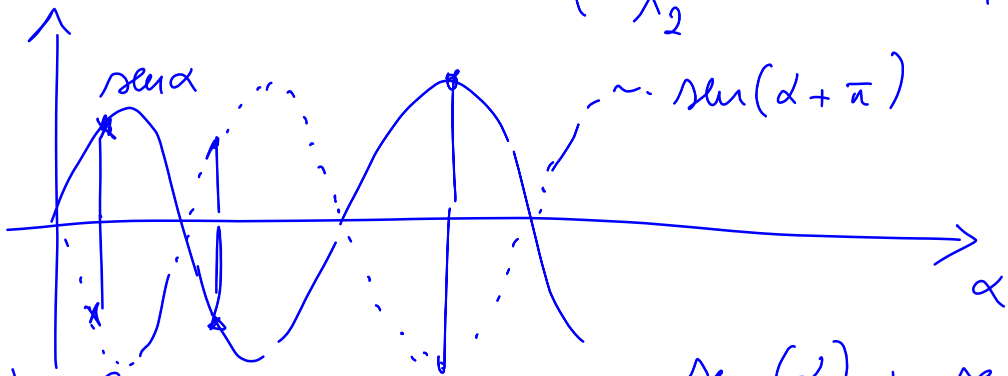
$f = \frac{1}{T} = \frac{v}{\lambda}$ si dice frequenza

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f \quad \text{pulsazione}$$

Sovrapposizione di onde, interferenza

$$f(x-vt) = A_1 \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi}{\lambda_1}(x-vt)+\varphi_1\right) +$$

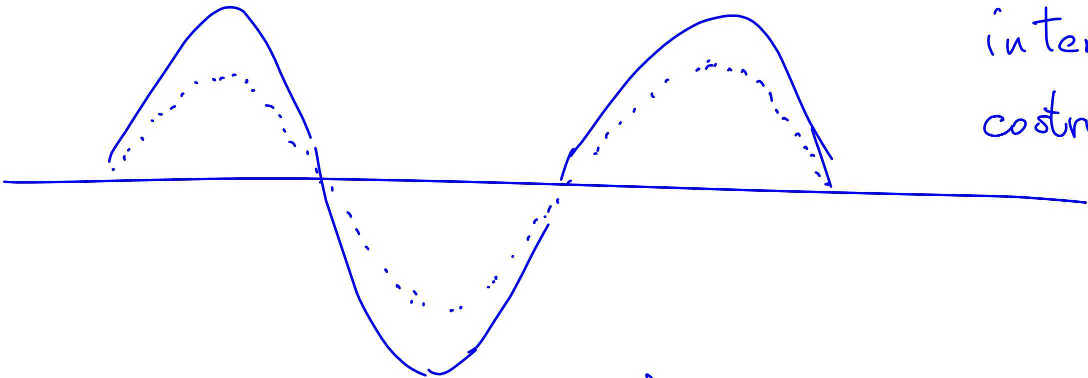
$$+ A_2 \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi}{\lambda_2}(x-vt)+\varphi_2\right) + \dots$$



onde in opposizione di fase

interferenza distruttiva

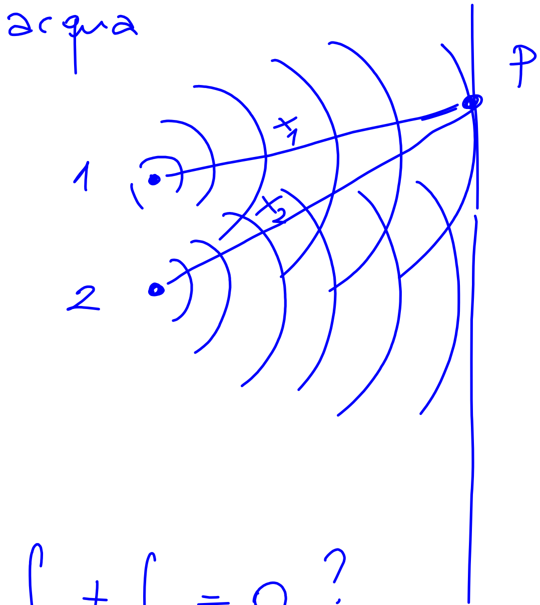
$$\operatorname{sen}(\alpha) + \operatorname{sen}(\alpha+\pi) = 0$$



interferenza
costruttiva

$$A_1 \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi}{\lambda}(x - vt) + \varphi\right) + A_2 \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi}{\lambda}(x - vt) + \varphi\right)$$

NOISE REDUCTION



$$f_1 = A \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi}{\lambda}(x_1 - vt) + \varphi\right)$$

$$f_2 = A \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi}{\lambda}(x_2 - vt) + \varphi\right)$$

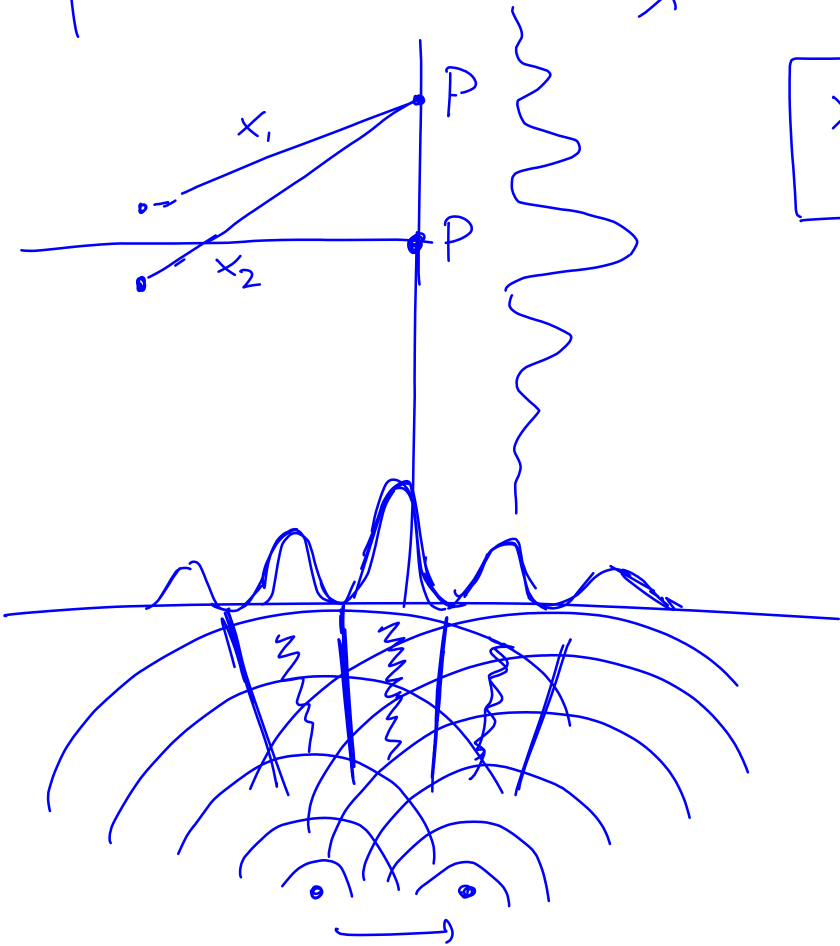
$$f_1 + f_2 = 0 \ ?$$

$$0 = A \operatorname{sen}\Big(\underbrace{\frac{2\pi}{\lambda}(x_1 - vt) + \varphi}_{\alpha}\Big) + A \operatorname{sen}\Big(\underbrace{\frac{2\pi}{\lambda}(x_2 - vt) + \varphi}_{\beta}\Big)$$

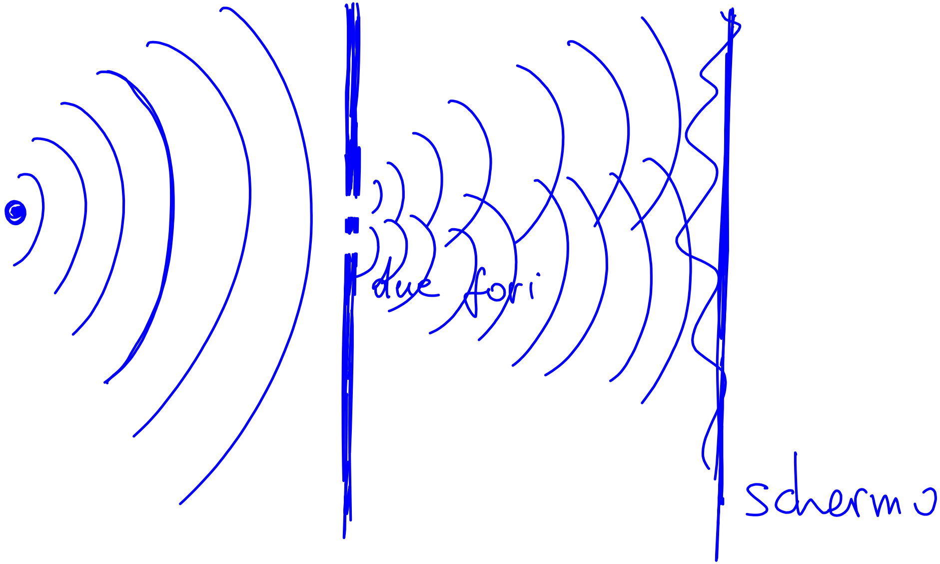
interferenza distruttiva : $\beta = \alpha + (2n+1)\pi$

multiplo dispari di mezzo giro

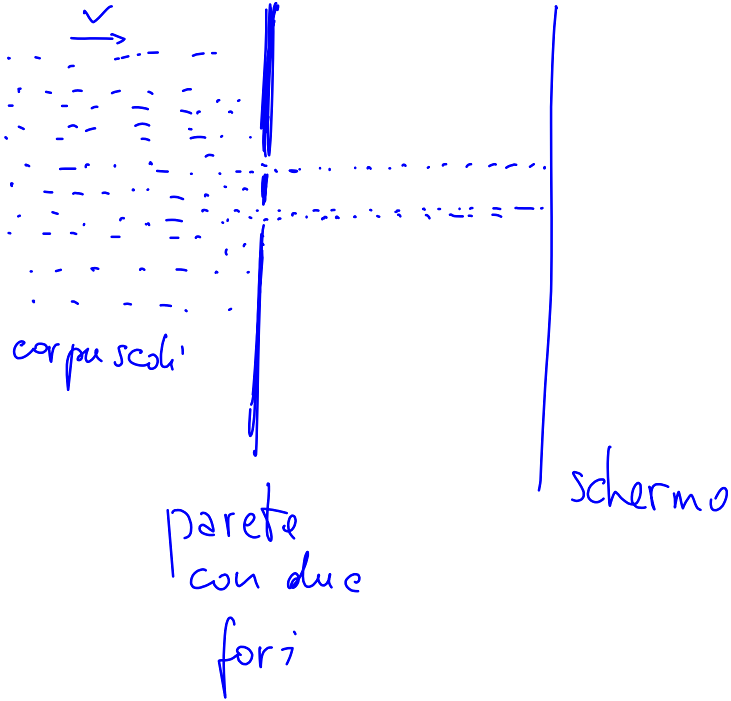
$$\beta - \alpha = (2n+1)\pi = \frac{2\pi}{\lambda}(x_2 - x_1)$$



$$\boxed{x_2 - x_1 = \frac{\lambda}{2}(2n+1)}$$



Principio di Huygens : ogni punto di una superficie d'onda si può considerare a sua volta come una sorgente



onde stazionarie

$$\text{sen}(\alpha+\beta) = \text{sen}\,\alpha \cos\beta + \cos\alpha\, \text{sen}\,\beta$$

$$\text{sen}(\alpha-\beta) = \text{sen}\,\alpha \cos\beta - \cos\alpha\, \text{sen}\,\beta$$

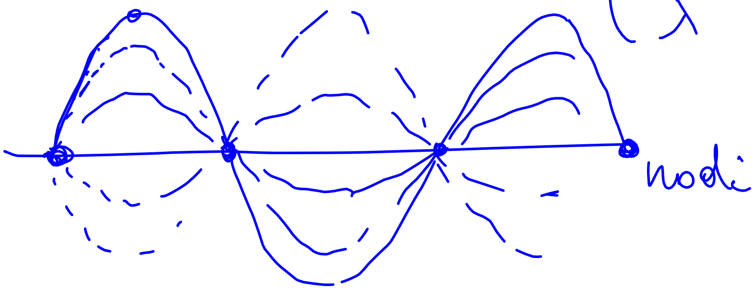
$$\operatorname{sen}(\alpha+\beta)+\operatorname{sen}(\alpha-\beta)=2\operatorname{sen}\alpha\cos\beta$$

due onde che viaggiano in direzione opposta

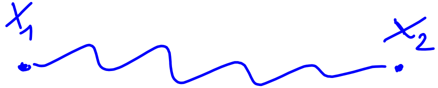
$$\operatorname{sen}\Big(\underbrace{\frac{2\pi}{\lambda}\Big(x}_{\alpha}-\underbrace{vt\Big)+\varphi}_{\beta}\Big)+\operatorname{sen}\Big(\frac{2\pi}{\lambda}(x+vt)+\varphi\Big)=$$

$$\alpha=\frac{2\pi}{\lambda}x+\varphi \qquad \beta=\frac{2\pi}{\lambda}vt$$

$$=2\operatorname{sen}\Big(\frac{2\pi}{\lambda}x+\varphi\Big)\cos\Big(\frac{2\pi}{\lambda}vt\Big)$$



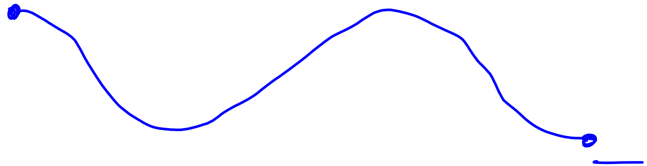
Corde vibranti



estremi fissi con $f = 0$

gli estremi sono nodi di onde stazionarie

estremi liberi :



la derivata è zero agli estremi

Caso degli estremi fissi : $A \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}x+\varphi\right)\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}vt\right)$

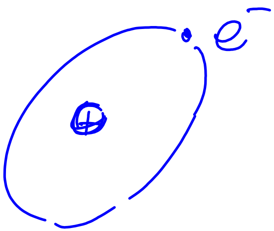
$$\frac{2\pi}{\lambda}x_1+\varphi = n_1\pi \qquad \frac{2\pi}{\lambda}x_2+\varphi = n_2\pi$$

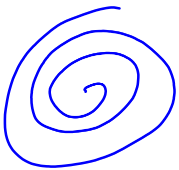
Sottraggo: $\dfrac{2\cancel{\pi}}{\lambda}\underbrace{(x_2 - x_1)}_{\ell \,=\, \text{lunghezza}} = (n_2 - n_1)\cancel{\pi}$

$$\lambda = \frac{2\ell}{n} \qquad n = n_2 - n_1$$

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{n_2 - n_1}{2\ell} \qquad f = \frac{1}{T} = \frac{v}{\lambda} = \frac{v}{2\ell}(n_2 - n_1)$$

Atomo di idrogeno

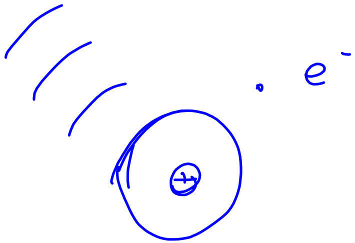




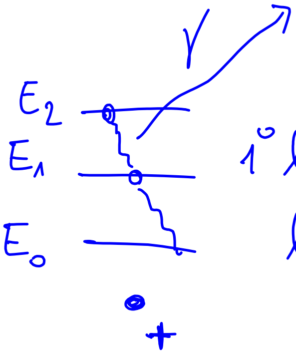
Modello atomico di Rutherford

atomo come modello planetario

in 10^{-8} s e^- irraggia tutta la sua energia e cade sul nucleo



A livello quantistico l'elettrone ha dei livelli discreti di energia



2° livello eccitato

1° livello eccitato

livello fondamentale

atomo di Bohr

L'onda propaga energia

l'intensità di un'onda è l'energia trasportata dall'onda per unità di tempo e superficie

$$\frac{\text{Energia}}{\text{tempo} \cdot \text{superficie}} = \frac{\text{potenza}}{\text{superficie}} = \frac{\text{Watt}}{m^2}$$

L'udito umano può percepire un'onda sonora di intensità $\geq 10^{-12} \frac{W}{m^2} = I_0$

Emissione onda sonora nell'aria con potenza W

$$I = \frac{W}{S} = \frac{W}{4\pi R^2}$$

$S = 4\pi R^2$ superficie della sfera di raggio R

Livello di intensità del suono

Si misura in decibel

$$\ell = 10 \log_{10} \frac{I}{I_0}$$

I = intensità del suono

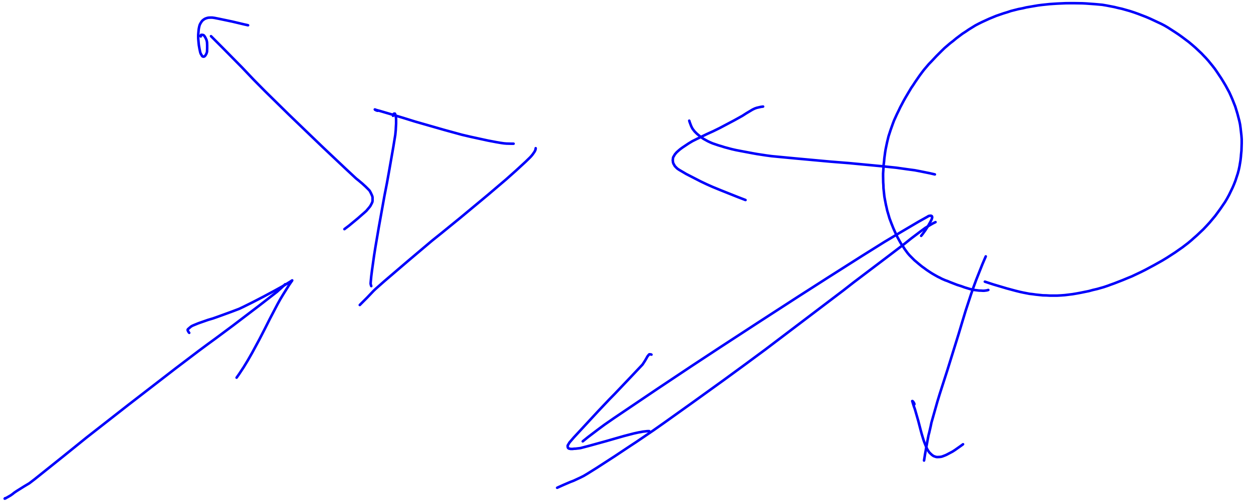
I_0 = intensità minima percepibile

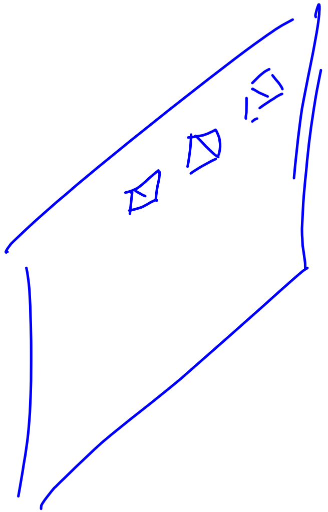
Se $I = I_0$, $\quad \ell = 0$

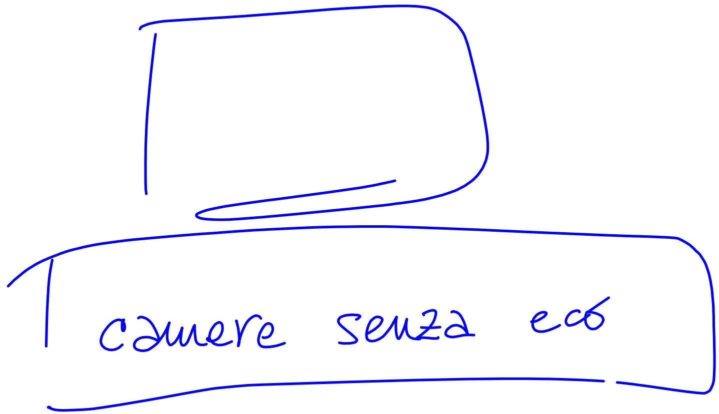
silenzio $\quad \ell \sim 20$ db

conversazione $\quad \ell \sim 60$ db

limite del dolore $\quad \ell \sim 140$ db







Ottica

$$c = 300\,000 \frac{km}{s} = 3 \cdot 10^5 \cdot 10^3 \cdot 10^2 \frac{cm}{s} =$$

$$= 3 \cdot 10^{10} \frac{cm}{s}$$

velocità della luce nel vuoto

velocità della luce in un mezzo è $v = \frac{c}{n}$

n = indice di rifrazione del mezzo

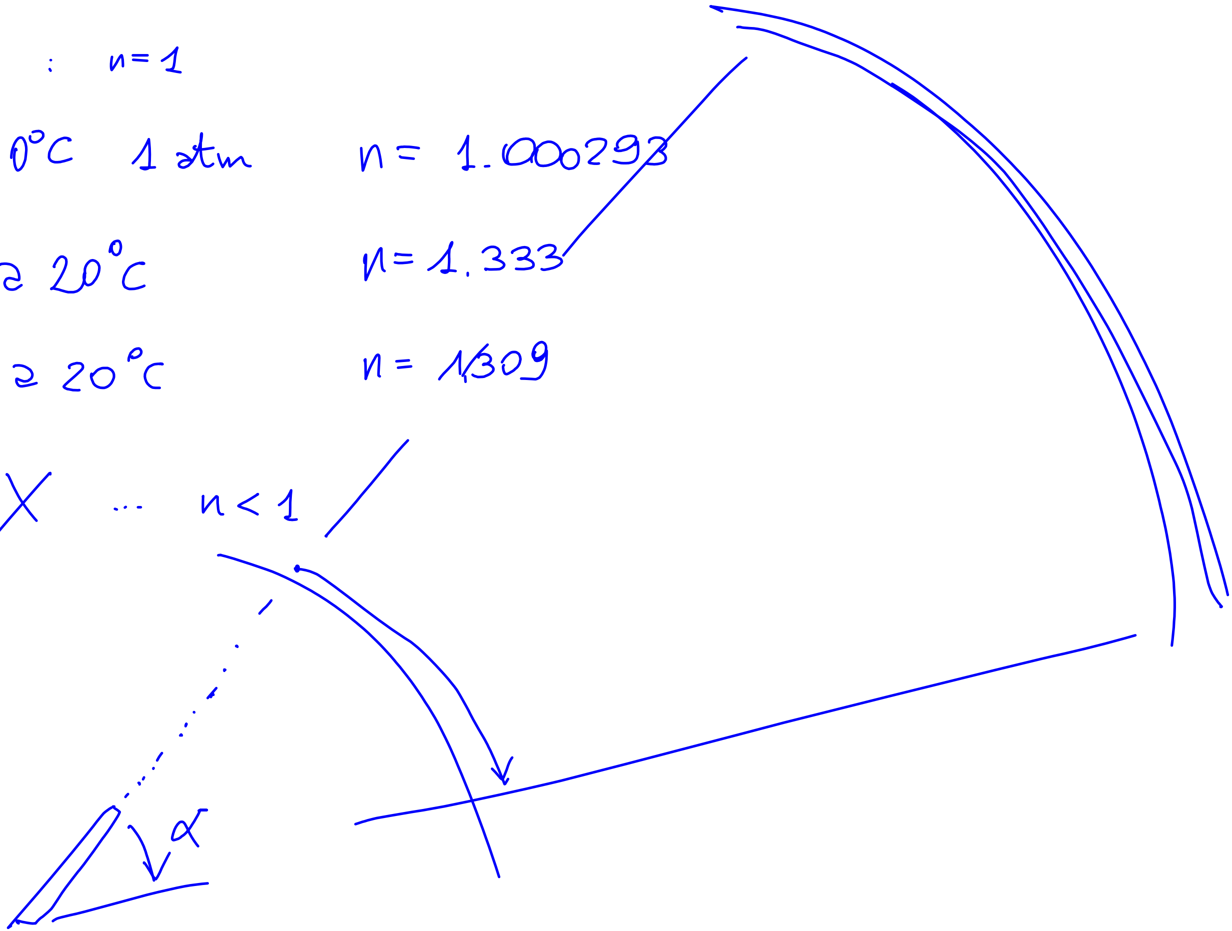
vuoto : $n = 1$

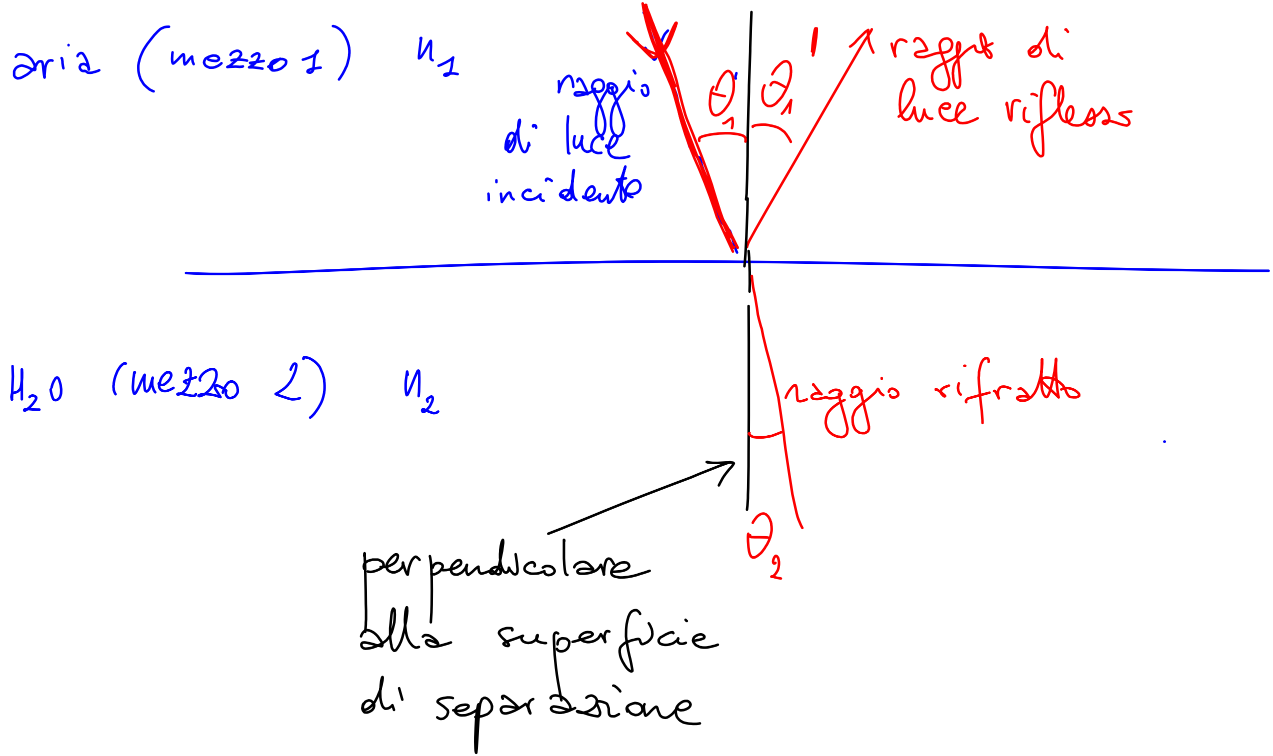
aria $0°C$ 1 atm $n = 1.000293$

H_2O a $20°C$ $n = 1.333$

ghiaccio a $20°C$ $n = 1,309$

raggi X ... $n < 1$

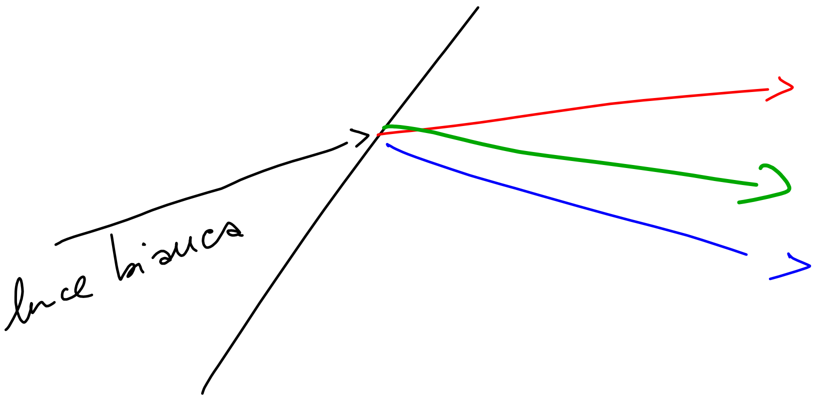




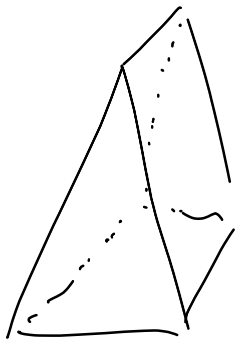
riflessione : $\theta_1' = \theta_1$

rifrazione : $\boxed{n_1 \operatorname{sen} \theta_1 = n_2 \operatorname{sen} \theta_2}$ legge di Snell

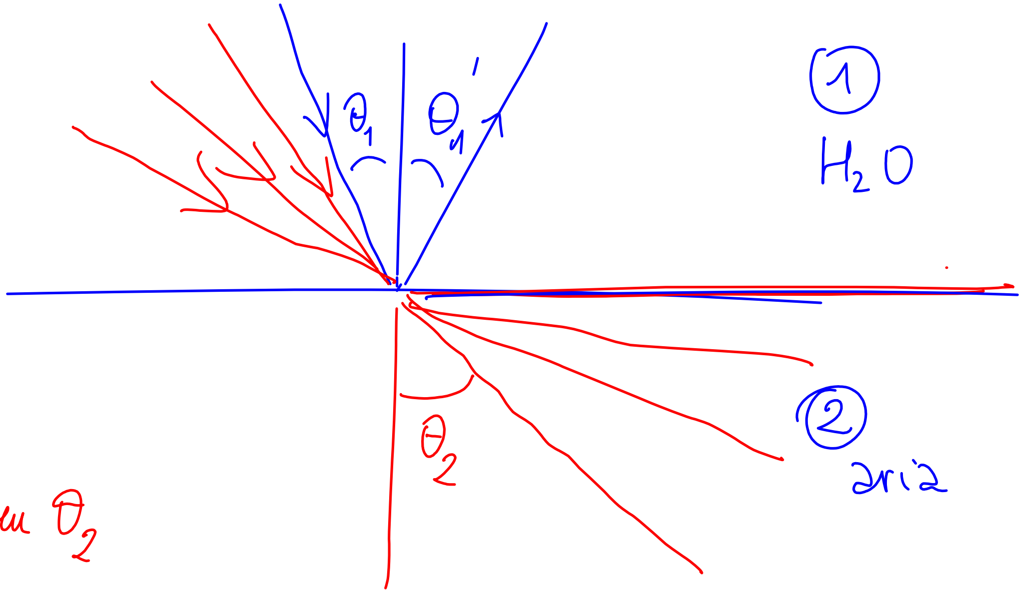
n può dipendere anche dalla frequenza



diffrazione



Se $n_2 < n_1$



$$n_1 \operatorname{sen}\theta_1 = n_2 \operatorname{sen}\theta_2$$

$$\operatorname{sen}\theta_2 = \frac{n_1}{n_2}\operatorname{sen}\theta_1 > \operatorname{sen}\theta_1$$

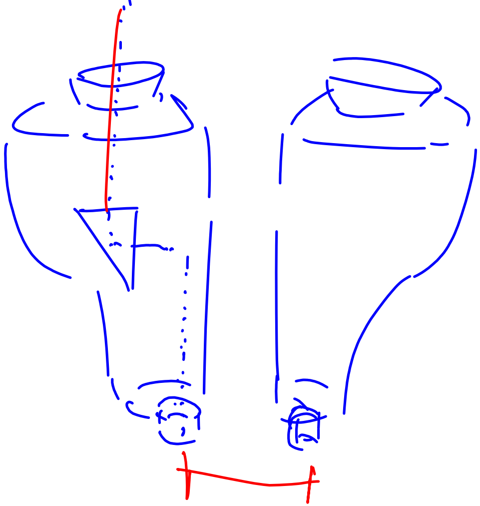
per θ tra 0 e $\frac{\pi}{2}$ vuol dire $\theta_2 > \theta_1$

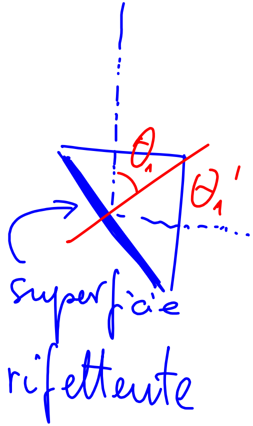
angolo limite : $\theta_2 = \frac{\pi}{2}$ $\quad \boxed{\operatorname{sen}\theta_L = \frac{n_2}{n_1}} < 1$

$\theta_1 = \theta_L$

riflessione totale

$\theta_1 > \theta_2$

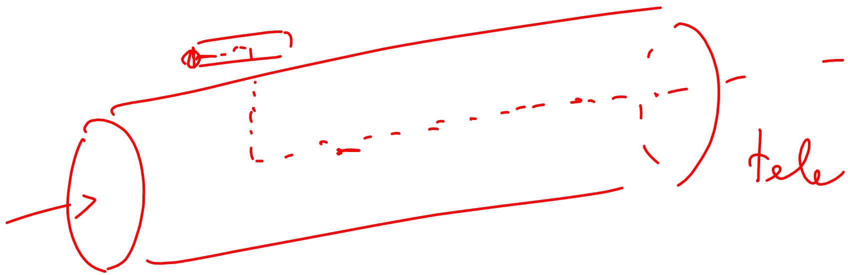




prisma

$\theta_1 = \theta_1' = \frac{\pi}{4}$

$\frac{\pi}{4} > \theta_2$ del prisma



telescopi

Esercizio 11.1

luce visibile

$$\begin{cases} f_{min} = 3.7 \cdot 10^{14}\ Hz & \text{rosso} \\ f_{max} = 7.5 \cdot 10^{14}\ Hz & \text{violetto} \end{cases}$$

$$c = 3 \cdot 10^{8}\ \frac{m}{s}$$

calcolare λ_{min} e λ_{max}

$$\lambda = \frac{v}{f}$$

$$\lambda_{max} = \frac{v}{f_{min}} = \frac{3 \cdot 10^{8}\ \frac{m}{\cancel{s}}}{3.7 \cdot 10^{14}\ \frac{1}{\cancel{s}}} = 0.81 \cdot 10^{-6}\ m =$$

$$= 0.8\ \mu m$$

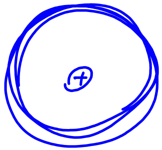
μ = micro $= 10^{-6}$

n = nano $= 10^{-9}$

$$\lambda_{min} = \frac{v}{f_{max}} = \frac{3 \cdot 10^{8}\ \frac{m}{\cancel{s}}}{7.5 \cdot 10^{14}\ \frac{1}{\cancel{s}}} = 0.4\ \mu m$$

dimensioni tipiche:

atomo:



$$1\ \text{Å} = 10^{-8}\ \text{cm}$$
$$= 1\ \text{Angstrom}$$
$$= 10^{-10}\ \text{m} =$$
$$= \frac{1}{10}\,10^{-9}\ \text{m} =$$
$$= 0.1\ \text{nm}$$

nucleo dell'atomo:

$$1\ \text{fm} = 10^{-13}\ \text{cm}$$

fermi

λ (μm)	
0.4	violetto
0.45	blu
0.55	verde
0.6	arancio
0.7	rosso

Es. 11.2 luce rossa con $f = 4 \cdot 10^{14}$ Hz

aria : $n \sim 1$ $\quad V = \frac{c}{n} \sim c \quad \lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \cdot 10^{8}\,m}{4 \cdot 10^{14}} = 0.75\,\mu m$

H_2O : $n \sim 1.333 \quad V = \frac{c}{n} = \frac{3 \cdot 10^{8}}{1.333} \frac{m}{s} = 2.25 \cdot 10^{8} \frac{m}{s}$

$$\lambda_{H_2O} = \frac{V_{H_2O}}{f} = \frac{c}{n_{H_2O} f} = \frac{\lambda_{aria}}{n_{H_2O}} = \frac{0.75}{1.333}\,\mu m = 0.56\,\mu m$$

Es. 11.3 θ_L angolo limite acqua - aria

$$\sin \theta_L = \frac{n_{aria}}{n_{H_2O}} = \frac{1}{1.333} = 0.75$$

$$\theta_L = 0.848 \text{ radianti} = \frac{0.848}{2\pi} 360° =$$

$$= 48.6°$$

Esempio 10.1

Onda sinusoidale $\quad h(x,t) = A \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi}{\lambda}(x - vt) + \varphi\right) =$

$$= A \operatorname{sen}(Kx - \omega t + \varphi)$$

$K = \frac{2\pi}{\lambda}$ numero d'onda $\qquad \varphi =$ fase

$\omega = \frac{2\pi v}{\lambda} = 2\pi f = \frac{2\pi}{T} =$ pulsazione ampiezza $= 12\ cm = A$

lunghezza d'onda $= 45\ cm = \lambda$

frequenza $= 10\ Hz = f$

a $t = 0$ e $x = 0$ $\quad h = 12\ cm = h(0,0)$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{45\ cm}\ rad = 0.14\ \frac{rad}{cm}$$

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \cdot 10\ \frac{1}{s} = 62.8\ \frac{rad}{s}$$

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{10\ \frac{1}{s}} = 0.1\ s$$

$$h(x,t) = 12\text{ cm}\ \text{sen}\left(0.14\,x(\text{cm}) - 62.8\,t(\text{s}) + \varphi\right)$$

$$h(0,0) = 12\text{ cm} = 12\text{ cm}\ \text{sen}\,\varphi \qquad \varphi = \frac{\pi}{2}$$

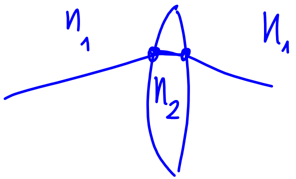
$$\text{sen}\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) = \cos\alpha$$

$$h(x,t) = 12\text{ cm}\ \cos\left(0.14\,x(\text{cm}) - 62.8\,t(\text{s})\right)$$

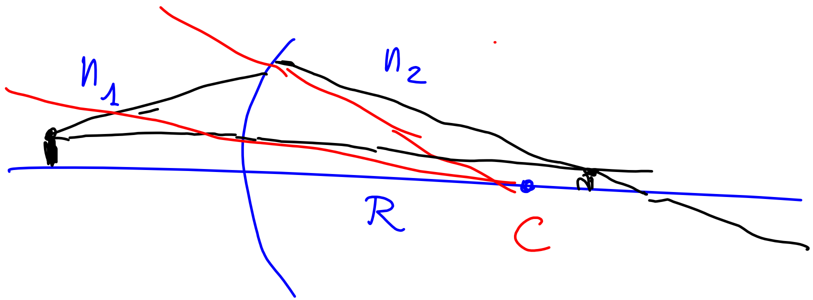
diamante $n = 2.419$ calcolare l'angolo limite diamante/aria diamante/acqua

(24°)

Lenti, ingrandimento



diottro : "mezza lente"

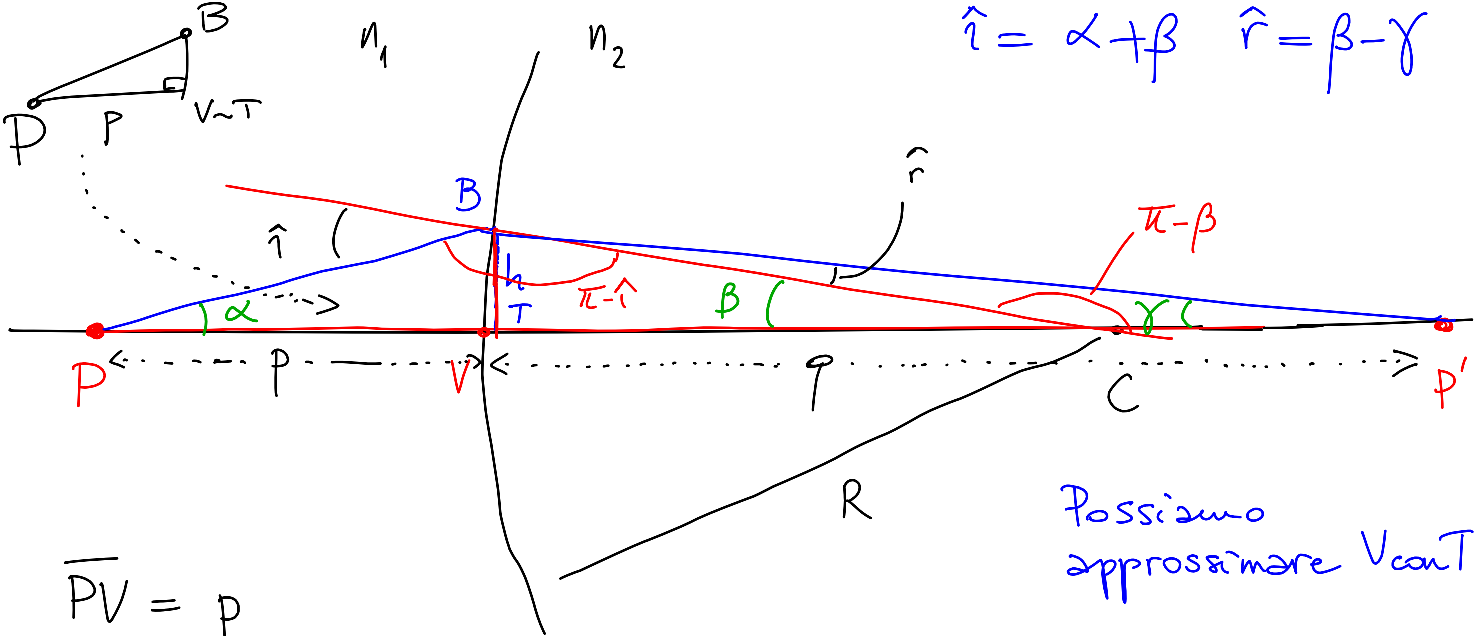


Sistema ottico fatto da due mezzi di indici di rifrazione n_1 e n_2 separati da una superficie a forma di calotta sferica

R = raggio della calotta sferica

C = centro della calotta

$\hat{\imath} = \alpha + \beta \qquad \hat{r} = \beta - \gamma$



Possiamo approssimare V con T

$\overline{PV} = p$

$\overline{VP'} = q$

$q < 0$ vuol dire P e P' dallo stesso lato

$\hat{\imath}$ = angolo di incidenza $\qquad$ $\hat{r}$ = angolo di rifrazione

$n_1 \operatorname{sen} \hat{\imath} = n_2 \operatorname{sen} \hat{r}$

Triangolo PCB : la somma dei suoi angoli interni è $\pi = \alpha + \beta + \pi - \hat{i}$

$$\frac{\operatorname{sen} x}{x} \to 1 \quad \text{per } x \to 0$$

$$\Rightarrow \hat{i} = \alpha + \beta$$

Triangolo P'CB : $\hat{r} + \gamma + \cancel{\pi} - \beta = \cancel{\pi}$

$$\Rightarrow \hat{r} = \beta - \gamma$$

$$\begin{cases} \operatorname{sen}(\alpha+\beta) = \operatorname{sen}\alpha \cos\beta + \cos\alpha \operatorname{sen}\beta \\ \operatorname{sen}(\alpha-\beta) = \operatorname{sen}\alpha \cos\beta - \cos\alpha \operatorname{sen}\beta \end{cases}$$

$n_1 \operatorname{sen} \hat{i} = n_2 \operatorname{sen} \hat{r}$ dà

$$n_1 \operatorname{sen}(\alpha+\beta) = n_2 \operatorname{sen}(\beta-\gamma)$$

$$n_1 \operatorname{sen}\alpha \cos\beta + n_1 \cos\alpha \operatorname{sen}\beta = n_2 \operatorname{sen}\beta \cos\gamma - n_2 \cos\beta \operatorname{sen}\gamma$$

Assumiamo α β γ piccoli

$$\operatorname{sen}\alpha \sim \underline{\underline{\alpha}} \qquad \operatorname{sen}\beta \sim \beta \qquad \operatorname{sen}\gamma \sim \gamma$$

$$\cos\alpha \sim 1 \qquad \cos\beta \sim 1 \qquad \cos\gamma \sim 1$$

$$n_1 \operatorname{sen}\alpha + n_1 \operatorname{sen}\beta = n_2 \operatorname{sen}\beta - n_2 \operatorname{sen}\gamma$$

$$\frac{h}{p} = \frac{\operatorname{sen}\alpha}{\cos\alpha} \sim \operatorname{sen}\alpha \qquad \operatorname{sen}\beta = \frac{h}{R}$$

$$\frac{h}{q} = \frac{\operatorname{sen}\gamma}{\cos\gamma} \sim \operatorname{sen}\gamma$$

$$n_1 \frac{\cancel{h}}{p} + n_1 \frac{\cancel{h}}{R} = n_2 \frac{\cancel{h}}{R} - n_2 \frac{\cancel{h}}{q}$$

$$\frac{n_1}{p} + \frac{n_1}{R} = \frac{n_2}{R} - \frac{n_2}{q}$$

$$\frac{n_1}{p} + \frac{n_2}{q} = \frac{n_2 - n_1}{R}$$ legge del diottro

Quale punto P viene mandato all'infinito?

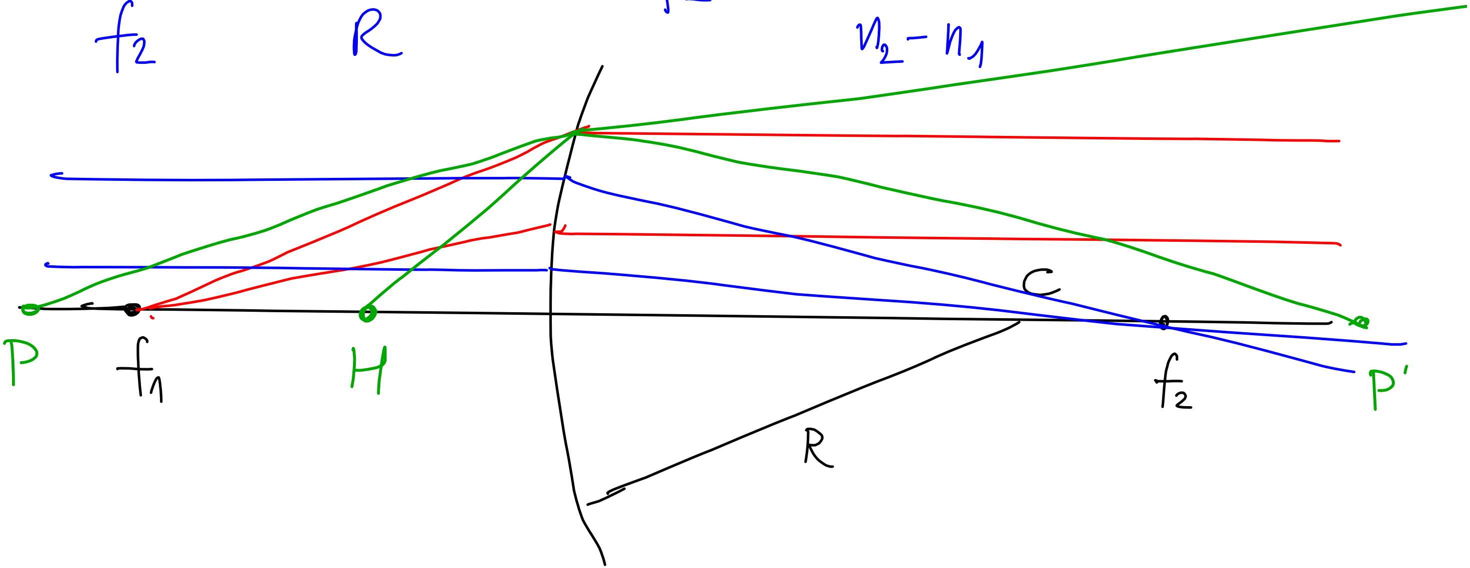
P' è all'infinito se $q = \infty$.

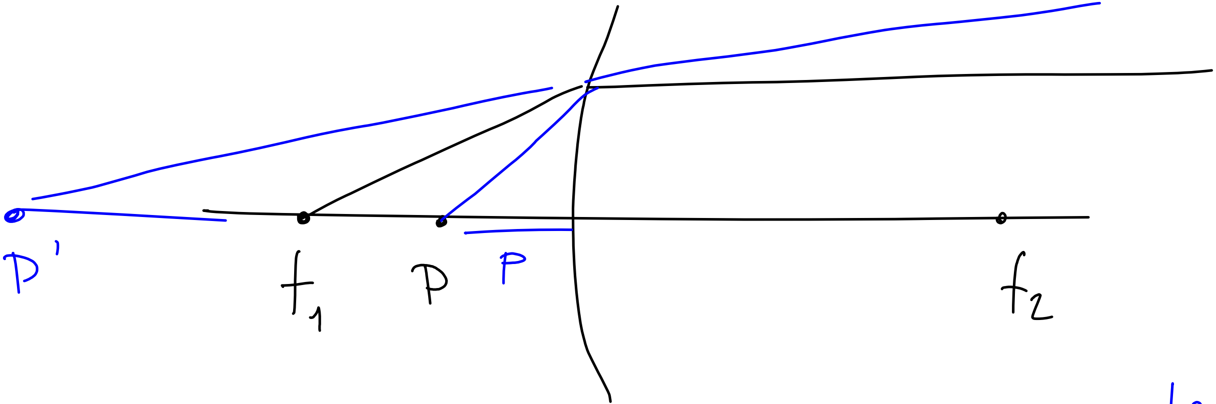
Quanto vale p per $q \to \infty$? Questo p si chiama f_1 (primo fuoco)

$$\frac{n_1}{f_1} = \frac{n_2 - n_1}{R} \qquad f_1 = \frac{n_1 R}{n_2 - n_1}$$

Se $p \to \infty$ q si chiama f_2 (secondo fuoco):

$$\frac{n_2}{f_2} = \frac{n_2 - n_1}{R} \qquad f_2 = \frac{n_2 R}{n_2 - n_1}$$





$$\frac{n_1}{p} + \frac{n_2}{q} = \frac{n_2 - n_1}{R} = \frac{n_1}{f_1}$$

La formula vale sia per p, q positivi che negativi

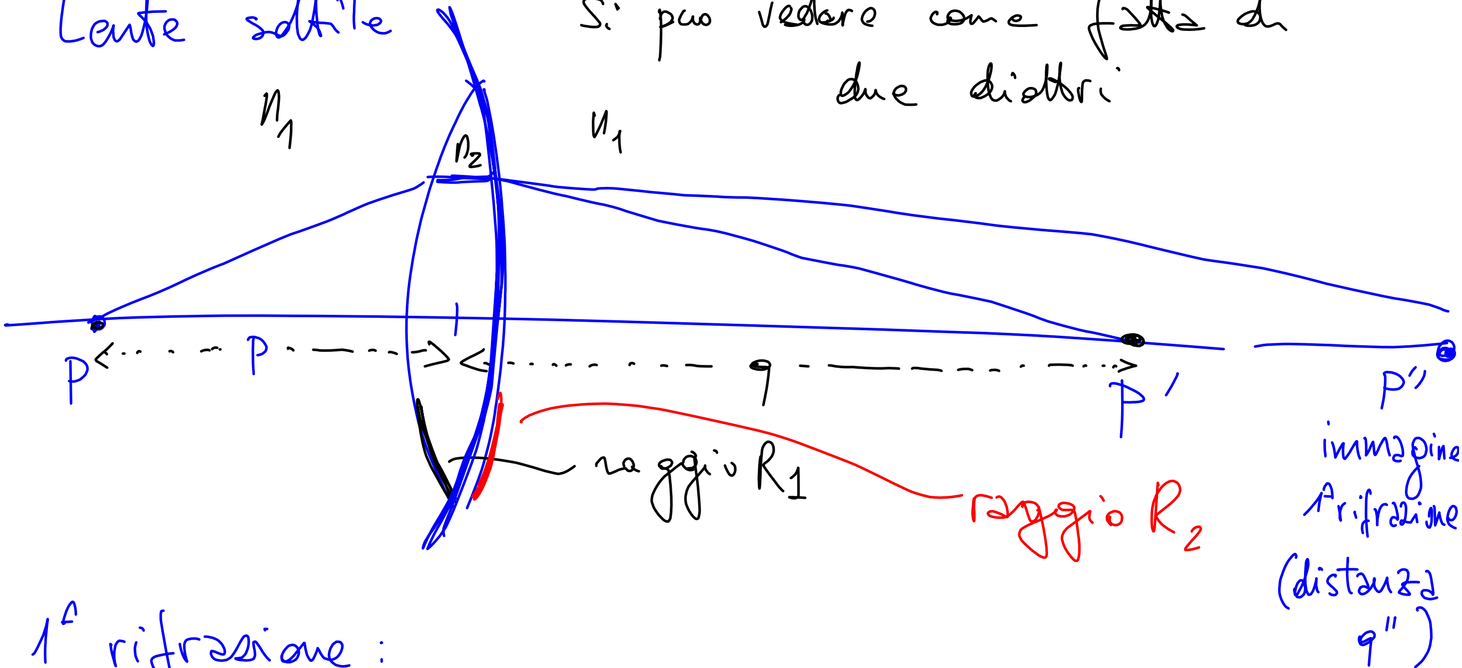
$$p < f_1 \Rightarrow q < 0$$

Infatti

$$\frac{n_2}{q} = \frac{n_1}{f_1} - \frac{n_1}{p} = n_1 \frac{p - f_1}{f_1 p}$$

Lente sottile

Si può vedere come fatta di due diottri



1ª rifrazione:

$$\frac{n_1}{p} + \frac{n_2}{q''} = \frac{n_2 - n_1}{R_1}$$

2ª rifrazione :

$$\frac{n_2}{q''} + \frac{n_1}{-q} = \frac{n_1 - n_2}{R_2} = -\frac{n_2 - n_1}{R_2}$$

Sottraggo da :

$$\frac{n_1}{p} + \frac{n_2}{q''} = \frac{n_2 - n_1}{R_1}$$

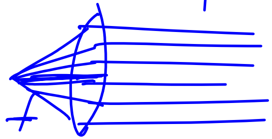
$$\frac{n_1}{p} + \cancel{\frac{n_2}{q''}} - \cancel{\frac{n_2}{q''}} + \frac{n_1}{q} = (n_2 - n_1)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$$

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{n_2 - n_1}{n_1}\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) = \frac{1}{f}$$

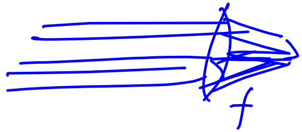
$$\boxed{\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}}$$

E' simmetrica tra p e q

$q = \infty \Rightarrow p = f$



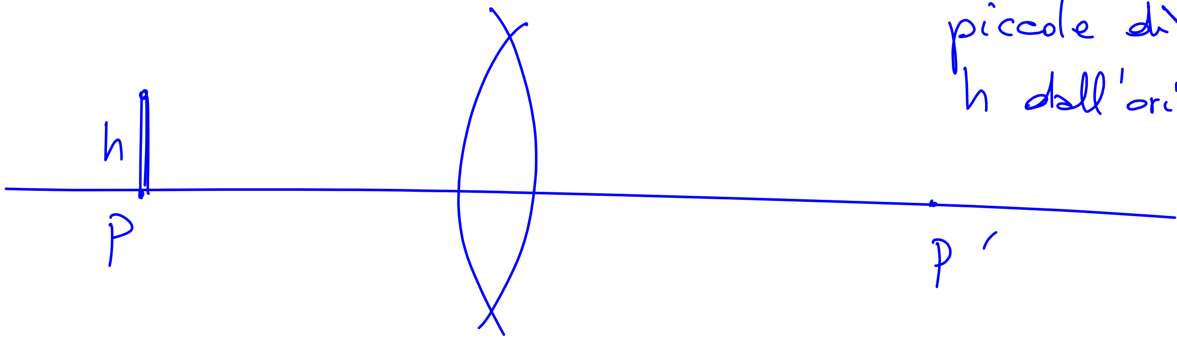
$p = \infty \Rightarrow q = f$



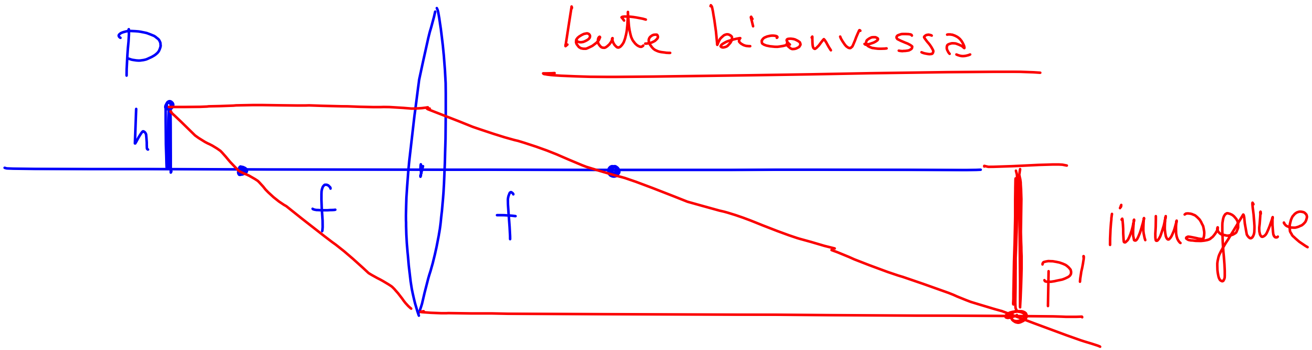
$\frac{1}{f}$ è misurato in diottrie se f è misurato in metri

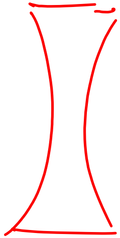
$f = 2m \qquad \frac{1}{f} = \frac{1}{2m} = 0.5$ diottria

Le formule sono state ricavate per punti sulla linea orizzontale, ma valgono anche per piccole distanze h dall'orizzontale

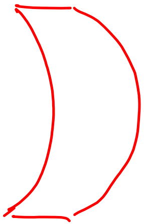


Costruiamo l'immagine di un oggetto





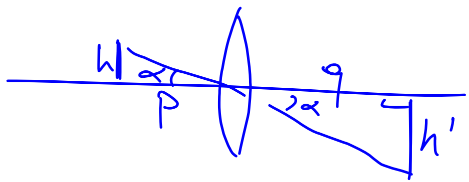
lente biconcava



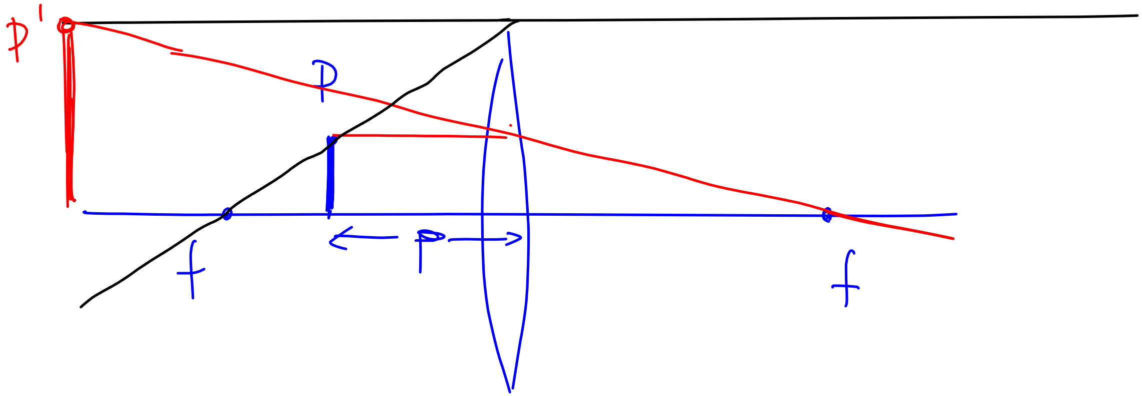
lente concava-convessa

la formula vale ancora, ma il raggio della calotta concava è da considerare negativo

Ingrandimento $G = \frac{|q|}{|p|}$



$$\frac{h'}{h} = \frac{|q|}{|p|}$$



$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f} \qquad \frac{1}{q} = \frac{1}{f} - \frac{1}{p} = \frac{p-f}{fp}$$

$$q = \frac{fp}{p-f} \qquad \text{Se } p < f \quad q < 0$$

$$G = \frac{|q|}{|p|} = \frac{|f|\cancel{|p|}}{\cancel{|p|}\,|p-f|} = \frac{|f|}{|p-f|} > 1$$

Quando ingrandisce ?

$G > 1$ per $\dfrac{p}{f-p} > 1$

Moltiplico per $f-p$

$p > f - p$

$|p-f| = f-p \quad (p<f)$

$2p > f$

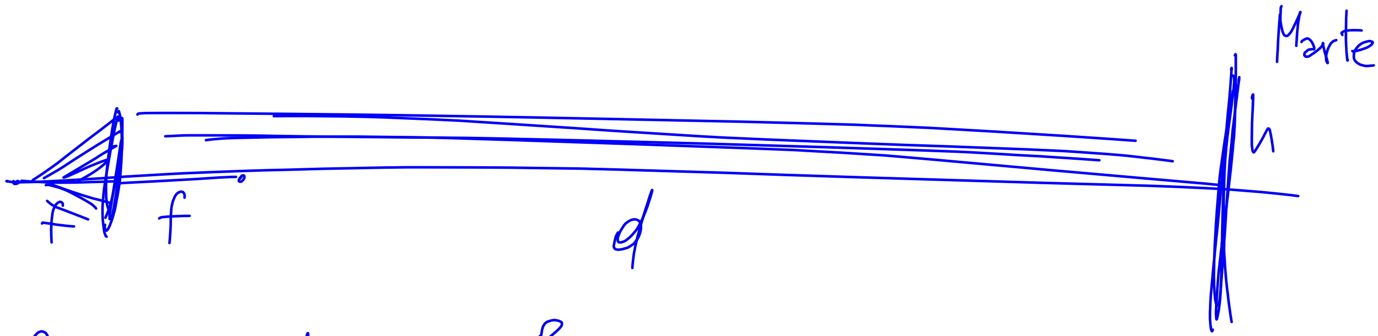
$p > \dfrac{f}{2}$

Se $\dfrac{f}{2} < p < f$ ho ingrandimento

Marte ha diametro di 6000 Km, e si trova a distanza $d = 200 \cdot 10^6$ Km dalla terra.

Se lo osservo con una lente avente distanza focale $f = 4m$, a quale distanza dalla lente osservo l'immagine?

Qual è il diametro dell'immagine che osservo?



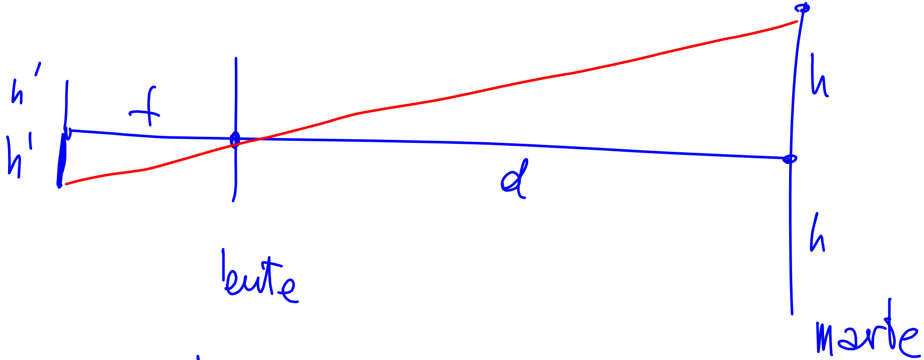
$f = 4m$ $\quad d = 2 \cdot 10^8 \, Km = p$

$h = 3000 \, Km$

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$$

Siccome q è praticamente ∞,

$$p = f = 4m$$



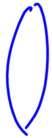
$$\frac{2h'}{f} = \frac{2h}{d}$$

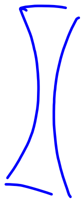
$$2h' = \frac{2h}{d} f = \frac{6000\,Km}{\cancel{2}\cdot 10^{8}\,Km}\,\cancel{4}^{\,2}\,m = 12\cdot 10^{3}\cdot 10^{-8}\,m =$$

$$= 12\cdot 10^{-5}\,m = 12\cdot 10^{-2}\,mm = 0.12\,mm$$

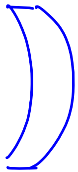
Es. 11.4 $\quad$ diottria $= \dfrac{1}{\text{metri}}$

Calcolare le diottrie di $n_2 = 1.33$ $\quad (n_1 \sim 1)$

a) biconvessa  $R_1 = 50\,\text{mm}$ $\quad R_2 = 20\,\text{mm}$

b) biconcava  $\underline{\underline{R_1}} = \underline{\underline{R_2}} = 20\,\text{mm}$

~~raggi~~ vanno considerati negativi nella formula

c) concava - convessa  $\underline{\underline{R_1}} = 50\,\text{mm}$ $\quad R_2 = 100\,\text{mm}$

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{n_2 - n_1}{n_1}\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) = \frac{1}{f} = D$$

a) $$D = \frac{n_2 - n_1}{n_1}\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) =$$

$$= \frac{1.33 - 1}{1}\left(\frac{1}{50\ \text{mm}} + \frac{1}{20\ \text{mm}}\right) =$$

$$= 0.33\left(\frac{1}{50} + \frac{1}{20}\right)\frac{1}{10^{-3}\ \text{m}} =$$

$$= 0.33 \cdot 10^{\cancel{3}\,2} \cdot \frac{1}{\cancel{10}}\left(\frac{1}{5} + \frac{1}{2}\right)\frac{1}{\text{m}} =$$

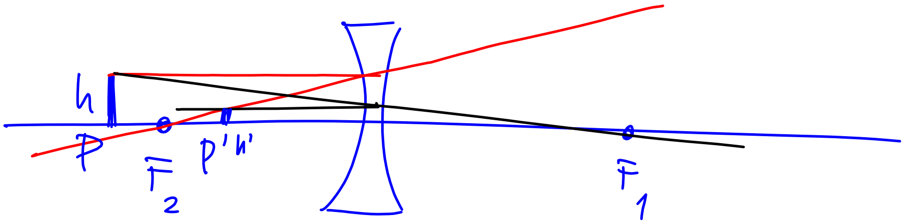
$$= 33 \cdot \frac{7}{10\ \text{m}} = 23{,}1 \text{ dioptrije}$$

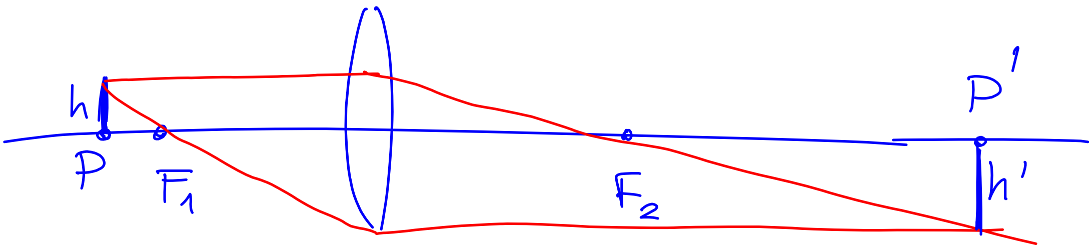
b) $$= 0.33\left(-\frac{1}{20} - \frac{1}{20}\right)\frac{1000}{\text{m}} = -33\ \text{D}$$

c) $$D = 0.33\left(\underbrace{-\frac{1}{50}+\frac{1}{100}}_{=-\frac{2}{100}}\right)\frac{10^3}{m} =$$

$$= -\frac{0.33}{\cancel{10^2}}\,10^{\cancel{3}}\,\frac{1}{m} = -3.3 \text{ diottrie}$$

Lente biconcava





Una lente convergente ha fuoco $f = 6\,cm$.

Quanto viene ingrandito un oggetto posto a distanza $p = 3\,cm$?

$$G = \frac{|f|}{|p-f|} = \frac{6\,cm}{6\,cm - 3\,cm} = 2$$

Con una lente di $f = 0.3\,m$ osservo una casa di altezza $h = 10\,m$ da una distanza $d = 30\,m$.

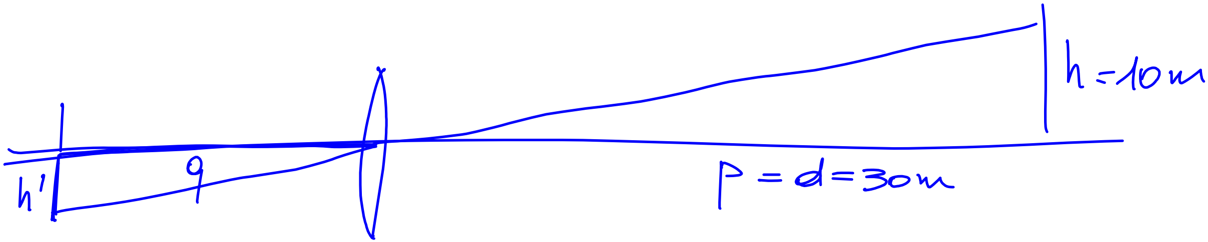
A quale distanza d' dalla lente si forma l'immagine e qual'è la sua altezza h'?

Qual è l'ingrandimento G?

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f} \qquad p = d \qquad q = d'$$

$$\frac{1}{30m} + \frac{1}{q} = \frac{1}{0.3m} \qquad \frac{1}{q} = \frac{1}{0.3m} - \frac{1}{30m} = \frac{30m - 03m}{03m \cdot 30m}$$

$$q = \frac{0.3\,m \cdot 30\cancel{m}}{30\,\cancel{m} - 0.3\cancel{m}} = \frac{9}{29.7}\,m = 0.3\,m$$

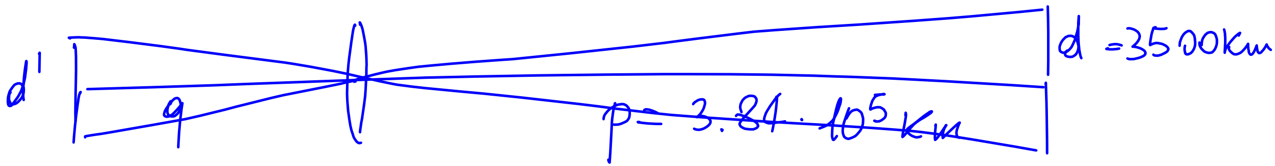


$$\frac{h'}{h} = \frac{q}{p} \qquad h' = h\,\frac{q}{p} = 10\,m\,\frac{0.3\cancel{m}}{30\,\cancel{m}} = 0.1\,m$$

$$G = \frac{|q|}{|p|} = \frac{0.3\,\cancel{m}}{30\,\cancel{m}} = 0.01$$

Il diametro della luna è pari a $d = 3500$ Km e la distanza tra la terra e la luna è $p = 3.84 \cdot 10^5$ km

Qual è il diametro dell'immagine formata da un telescopio di focale $f = 2.1$ m



$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f} \qquad \frac{d}{p} = \frac{d'}{q}$$

$$\frac{1}{q} = \frac{1}{f} - \frac{1}{p} = \frac{p-f}{fp}$$

$$q = \frac{fp}{p-f} = \frac{2.1\,m \cdot 3.84 \cdot 10^{5}\,km}{3.84 \cdot 10^{8}\,m - 2.1\,m} \simeq 2.1\,m$$

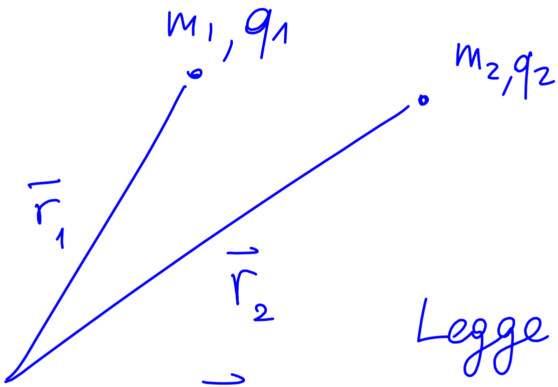
$$q \simeq 2.1\,m \qquad d' = q\frac{d}{p} = f\frac{d}{p} =$$

$$= 2.1\,m \cdot \frac{35\cancel{00}\,\cancel{km}}{3.84 \cdot 10^{\cancel{5}3}\,\cancel{km}} = 0.019\,m =$$

circa 2 cm

Elettrostatica

gravità | elettrostatica
m | q cariche elettriche
sempre $m > 0$ | esistono sia cariche positive che negative



Legge di Newton

$$\vec{F}_{21} \text{ sentita da 2 generata da 1} = -G \frac{m_1 m_2 (\vec{r}_2 - \vec{r}_1)}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|^3}$$

Sempre attrattiva

Legge di Coulomb

$$\vec{F}_{21} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0} \frac{(\vec{r}_2 - \vec{r}_1)}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|^3}$$

cariche dello stesso segno si respingono cariche di segno opposto si attraggono

Mentre la massa può avere qualunque valore reale positivo, una carica è multipla intera di una carica elementare, che è quella del protone (+), o dell'elettrone (−)

MKS va aggiunta un'altra unità di misura
CGS fondamentale

1 C (Coulomb) è l'unità di misura della carica

= carica di $6 \cdot 10^{18}$ elettroni
(in modulo)

1 elettrone ha carica di $1.6 \cdot 10^{-19}$ C

$$\varepsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} \frac{C^2}{N \cdot m^2}$$

$$F \sim \frac{1}{\varepsilon_0} \frac{q^2}{d^2} \qquad N = \frac{1}{\varepsilon_0} \frac{C^2}{m^2}$$

$$[\varepsilon_0] = \frac{C^2}{N \cdot m^2} = \frac{C^2 \cdot s^2}{kg \cdot m^3} \qquad N = kg \frac{m}{s^2}$$

[...] = unità di misura di ...

Una carica in un mezzo sente una forza

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi \varepsilon_0 \varepsilon_r} \, q_1 q_2 \frac{(\vec{r}_2 - \vec{r}_1)}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|^3}$$

$\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r$ costante dielettrica del mezzo

$\varepsilon_0 =$ costante dielettrica del vuoto

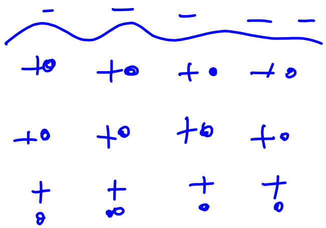
$\varepsilon_r =$ costante dielettrica relativa

$\varepsilon_r \simeq 1$ vuoto

$\varepsilon_r \simeq 1$ aria

$\varepsilon_r \simeq 80$ acqua

Isolanti, conduttori



solidi

atomi sono in posizioni fisse

Conduttore: sono in posizione fissa solo i nuclei

gli elettroni sono liberi di muoversi da un

nucleo all'altro. Questo movimento si chiama

corrente elettrica

$$\vec{F}_{21} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0} \frac{(\vec{r}_2 - \vec{r}_1)}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|^3}$$

forza su 2
generata da 1

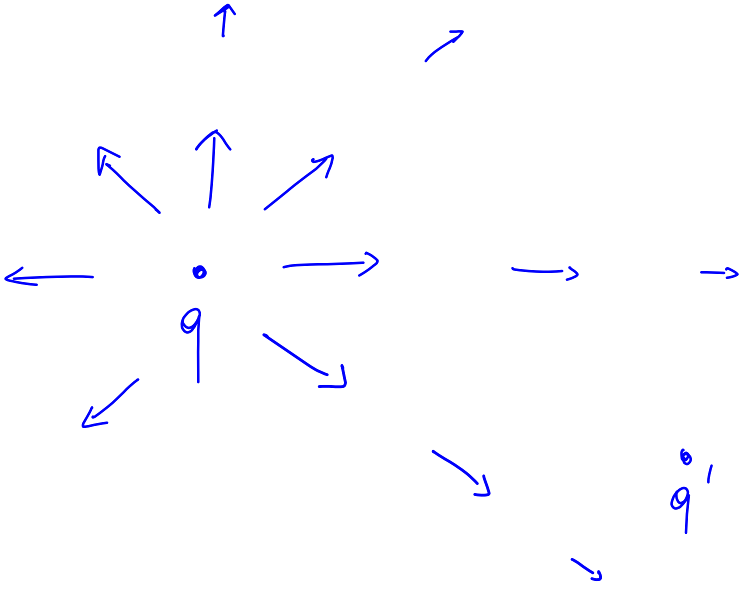
$$\frac{\vec{F}_{21}}{q_2} = \vec{E}_1 = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{(\vec{r}_2 - \vec{r}_1)}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|}$$

campo elettrico
generato da 1 nel punto $\vec{r}_2$

Esempio: se q è nell'origine $\vec{r}_1 = 0$
il campo elettrico nel punto $\vec{r}$

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|^3}$$

radiale



Se metto q' a distanza $\vec{r}\,'$

q' sente una forza $q'\vec{E}(\vec{r}\,')$

Il campo elettrico in un metallo genera corrente elettrica

filo conduttore

L'intensità di corrente elettrica è la carica che attraversa la sezione del filo nell'unità di tempo

[simile alla portata di un condotto = volume del fluido che attraversa la sezione del condotto nell'unità di tempo]

$$I = \frac{\text{carica}}{\text{tempo}}$$

si misura in Ampere

$$1\,A = \frac{1\,C}{1\text{ secondo}} = \frac{6 \cdot 10^{18}\text{ elettroni}}{\text{sec}}$$

Anche per la forza di origine elettrostatica si può parlare di energia potenziale

(da F · spostamento)

$$E = \frac{F}{\text{carica}} = \text{campo}$$

$$\text{campo} \cdot \text{spostamento} = \frac{\text{Energia potenziale}}{\text{carica}} = \frac{J}{C}$$

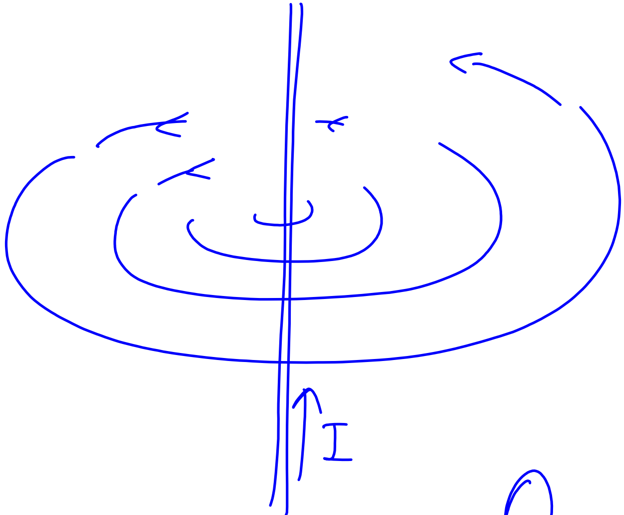
$$= 1 \text{ Volt}$$

$$\underline{\text{potenziale}}$$

$$220 \text{ Volt} \cdot 1 \text{ Coulomb} = 220 \frac{J}{\cancel{C}} \cancel{C} = \underline{\underline{220 J}}$$

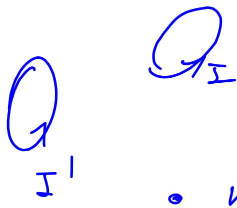
Campo magnetico

È generato da una corrente elettrica



Campo magnetico di un filo di corrente elettrica

spira di corrente



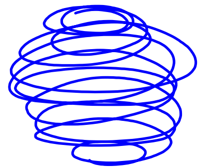
Proprietà intrinseche delle particelle elementari

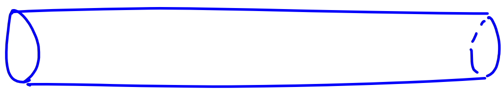
- massa
- carica elettrica
- spin (multiplo di un valore intero)

$\vec{B}$, $\vec{H}$

Calamita

Immaginate un pianeta carico che ruota su se stesso





Resistenza di un condotto $= \dfrac{\Delta P}{Q}$

ΔP: differenza di pressione ai capi del condotto

Q: portata

$$R = \frac{\Delta V}{I} = \frac{\text{differenza di potenziale ai capi del filo}}{\text{intensità di corrente che scorre nel filo}}$$

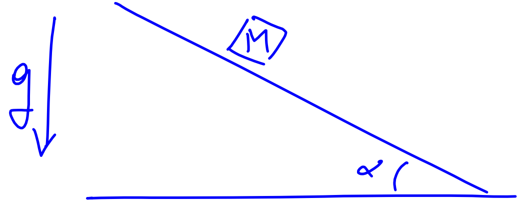
$$R = \frac{Volt}{A} = Ohm$$ unità di misura della resistenza

"misura l'opposizione del metallo allo scorrere di corrente"

1. Piano inclinato

pendenza α

massa $M = 1.5$ Kg



Trovare α in modo che l'accelerazione

a sia $2 \dfrac{dm}{s^2}$ nel caso

$\sin\alpha = 0.02$

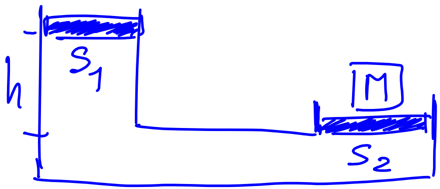
a) di attrito trascurabile $[\alpha \simeq 0.019]$

b) con coefficiente di attrito dinamico $\mu_d = 0.03$ $[\alpha \simeq 0.05]$

2. Elevatore con dislivello h $\rho = 1\,kg/dm^3$ (H_2O)

$M = 300\,kg$ $S_2 = 2\,m^2$

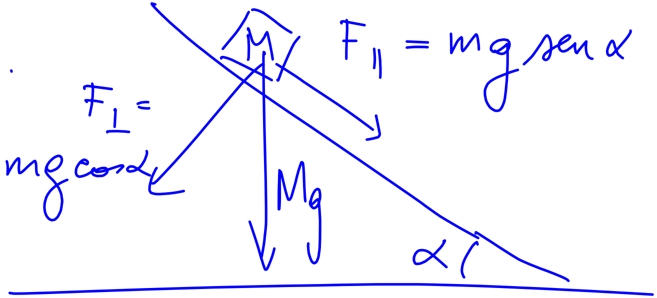
$S_1 = 1\,dm^2$



Trovare h tale che $F_1 = 0$

$[h = 15\,cm]$

1.



$$ma = F_{tot}$$

a) $$ma = F_{\parallel} = mg\ \text{sen}\,\alpha$$

$$a = g\ \text{sen}\,\alpha \qquad \text{sen}\,\alpha = \frac{a}{g} = \frac{\dfrac{2\,\text{dm}}{\cancel{s^2}}}{10\,\dfrac{m}{\cancel{s^2}}} =$$

$$= 0.2 \cdot \frac{1}{10} = 0.02$$

$$\alpha \simeq 0.02$$

$\text{sen}\,\alpha \sim \alpha$ per α piccoli

$\left(\dfrac{\text{sen}\,x}{x} \to 1 \text{ per } x \to 0 \right)$

b) $$F_d = -\mu_d F_\perp = -\mu_d mg\cos\alpha$$

$$\mu_d = 0.03$$

$$ma = F_{tot} = F_\parallel - \mu_d F_\perp = mg\,\text{sen}\,\alpha - \mu_d mg\cos\alpha$$

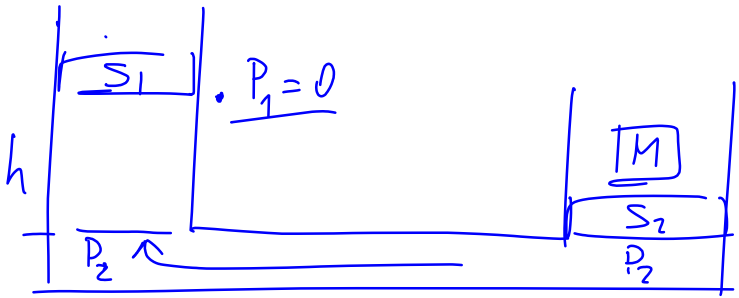
$$a = g(\text{sen}\,\alpha - \mu_d\cos\alpha) = 2\,\frac{dm}{s^2}$$

$$\text{sen}\,\alpha - \mu_d\cos\alpha = 0.02$$

α piccolo $\quad \text{sen}\,\alpha \sim \alpha \quad \cos\alpha \sim 1$

$$\alpha - \mu_d = 0.02 \qquad \alpha \simeq 0.02 + \mu_d = 0.05$$

2.



$S_1 = 1\,dm^2$

$M = 300\,kg$

$S_2 = 2\,m^2$

$$P = \frac{Mg}{S_2}$$

$$P_2 = \frac{300\ Kg}{2\ m^2} \cdot 10\ \frac{m}{s^2} = 1500\ \frac{Kg}{m \cdot s^2}$$

Bernoulli: $P_1 + \rho g h_1 + \cancel{\rho \frac{v_1^2}{2}} = P_2 + \rho g h_2 + \cancel{\rho \frac{v_2^2}{2}}$

Liquido fermo: $P_1 + \rho g h_1 = P_2 + \rho g h_2$

$h_2 = 0 \qquad h_1 = h \qquad P_1 = 0 \qquad \rho g h = P_2$

$$h = \frac{P_2}{\rho g} = \frac{150\cancel{0}}{1\,\cancel{kg}} \, \frac{\cancel{kg}}{m\,\cancel{s^2}} \, \frac{dm^3}{1\cancel{0}\ m} \cdot \cancel{s^2} =$$

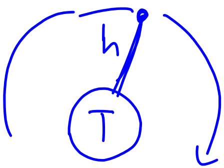
$$= 150 \, \frac{dm^3}{m^2} = 150 \, \frac{dm^3}{(10\,dm)^2} =$$

$$= 1.5\ dm = 15\ cm$$

3. A quale velocità v deve orbitare un satellite che si trova a distanza h dalla superficie terrestre?

$R_T = 6300\ Km \qquad M_T = 6 \cdot 10^{24}\ kg$

$G = 6.67 \cdot 10^{-11} \dfrac{N \cdot m^2}{Kg^2} \qquad h = 1000\ Km \qquad \left[V = 7404\ \dfrac{m}{s} \right]$



$$F_{centrifuga} = \cancel{m} \frac{V^2}{\cancel{R_T+h}} = F_{Gravità} = G \frac{\cancel{m} M_T}{(R_T+h)^{\cancel{2}}}$$

$$V = \sqrt{\frac{G M_T}{R_T+h}} = \sqrt{\frac{6.67 \cdot 10^{-11}}{7300 \cdot 10^3 \cancel{m}} \frac{\cancel{Kg} \cdot \cancel{m}}{S^2} \frac{m^2}{\cancel{Kg^2}} 6 \cdot 10^{24} \cancel{Kg}} = 7404\ \frac{m}{s}$$

4. A quale distanza h il satellite è geostazionario? $[R_T + h = 42300\ Km]$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{24 \text{ ore}} = \frac{v}{R_T + h} =$$

$$\| $$

$$\frac{2\pi}{24 \cdot 3600\,s} = \frac{7.3 \cdot 10^{-5}}{s} \leftarrow$$

$$= \sqrt{\frac{G M_T}{R_T + h}} \; \frac{1}{R_T + h}$$

$$\omega^2 = \frac{G M_T}{(R_T + h)^3} \qquad (R_T + h)^3 = \frac{G M_T}{\omega^2}$$

$$R_T + h = \sqrt[3]{\frac{G M_T}{\omega^2}} = \sqrt[3]{\frac{6.67 \cdot 10^{-11} \frac{\cancel{kg}\, m^3}{kg^{\cancel{2}}\, \cancel{s^2}} \cdot 6 \cdot 10^{24}\, \cancel{kg}}{(7.3 \cdot 10^{-5})^2 \frac{1}{\cancel{s^2}}}} =$$

$$= 42300 \text{ Km}$$

5. Una pallina di alluminio ($\rho_{Al} = 2.75 \frac{kg}{dm^3}$, raggio $r = 1\,cm$) cade in una piscina di altezza $h = 2.5\,m$

Calcolare : a) il peso P della pallina

b) la spinta S dell'acqua

c) la forza F che agisce sulla pallina

d) l'energia potenziale della pallina

6. Argano per sollevare carico con dislivello 5 m

Potenza argano $= 360\,W$

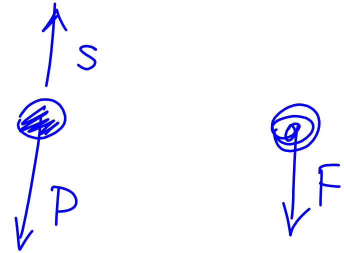
Impiega 9 s per far salire il carico

Quale massa massima possiamo sollevare ?

64.8 Kg

$$P = Mg \qquad M = \rho_{Al} V \qquad V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

a) $P = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_{Al}\, g$



b) $S = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_{H_2O}\, g$

c) $F = P - S = \frac{4}{3}\pi r^3 g \left(\rho_{Al} - \rho_{H_2O}\right)$

d) $U_{pot} = F h$

6. $360\,W = \frac{Mg \cdot 5m}{9s} = 360\,\frac{J}{s} = 360\,\frac{N \cdot m}{s} =$

$= 360\,\frac{Kg \cdot m^2}{s^3}$

$$M = \frac{360 W \cdot 9 s}{g \cdot 5 m} = \frac{\overset{7.2}{\cancel{360}} W \cdot 9 s^{3}}{1\cancel{0} m \cdot \cancel{5} m} =$$

$$= 7.2 \cdot 9 \ Kg = 64.8 \ Kg$$

Gas perfetti: $pV = nRT$

<u>Lavoro fatto dalle forze esterne</u>

in un'espansione $(V_i \rightarrow V_f)$

volume iniziale — volume finale

a pressione costante

$$L = p(V_i - V_f)$$

$L > 0$ se comprimo $(V_f < V_i)$